الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية المسيلة**

إمتحان بكالوريا تجربية للتعليم الثانوي — **ثانوية: المجاهد طويري محمد**

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية — **دورة ماي 2021**

إختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 02 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5.

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.

5) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n} + 2^n + 41$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

✍ (u_n) متتالية هندسية وحدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث: $u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.

1) احسب u_6 والأساس q.

2) احسب u_1، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) احسب المجموع S_n بدلالة n، حيث: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$.

5) علما أن: $2^9 = 512$، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$.

التمــرين الثالث: (09 نقاط)

✍ نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
(C_f) المنحنى البياني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.
3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيياها.
4) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$.
5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.
6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = \frac{1}{2}$.
7) أنشئ (T) و (C_f) في نفس المعلم السابق.
8) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى المــوضـوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.

1) هل العدد $2a + 5b^3$ يقبل القسمة على 4 ؟
2) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 2b^3$ على 4.
3) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.
4) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2021} \times a^{1442}$ على 4.
5) استنتج أن: $a^{2021} + a^{1442} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r، حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.

1) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.
2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n، ثم احسب u_{18}.
3) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2021$.
4) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + U_n$.
5) استنتج المجموع: $A = 31 + 33 + 35 + \cdots + 2021$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x+2}{x+2}$.
(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+2}$.
2) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

3) عين الدالة المشتقة f' للدالة f وادرس اشارتها.

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.

5) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

7) أنشئ (T) و (C_f).

8) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

إنتهى الموضوع الثاني

الزمن	اكتوبر 2020	جوان 2021
(أنا)′	+	
أنا	0	الباك

الارادة الصادقة للإنسان...
تشبه قوة خفية تسير خلف ظهره، وتدفعه دفعا للأمام على طريق النجاح...
وتتنامى مع الوقت حتى تمنعه من التوقف أو التراجع.

☺ بالتوفيق والنجاح في شهادة بكالوريا **2021**. ☺

أتمنى لكم حياة جامعية أفضل ...

تصحيح المـوضـوع الأول

حل التمـرين الأول 05 ن

1. • دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5: **1.5 ن**

◁ من أجل $n = 0$ نجد: $2^0 \equiv 1[5]$

◁ من أجل $n = 1$ نجد: $2^1 \equiv 2[5]$

◁ من أجل $n = 2$ نجد: $2^2 \equiv 4[5]$

◁ من أجل $n = 3$ نجد: $2^3 \equiv 3[5]$

◁ من أجل $n = 4$ نجد: $2^4 \equiv 1[5]$

نلخص بواقي قسمة 2^n على 5 في الجدول التالي:

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	$[5]$

ومنه:

◁ بواقي قسمة 2^{4k} على 5 هي 1.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+1} على 5 هي 2.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+2} على 5 هي 4.

◁ بواقي قسمة 2^{4k+3} على 5 هي 3.

2. تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5: **1 ن**

لدينا: $1442 \equiv 2[5]$ حسب خواص الموافقات: $1442^{2021} \equiv 2^{2021}[5]$ ونكتب: $1442^{2021} \equiv 2^{2\times1010+1}[5]$

ولدينا: $2^{3k+1} \equiv 2[5]$ حسب خاصية التعدي ينتج: $1442^{2021} \equiv 2[5]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد 1442^{2021} على 5 هو: 2.

3. تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$ **0.5 ن**

لدينا: $2^4 \equiv 1[5]$ وبإستعمال خاصية الرفع إلى قوى n نجد: $(2^4)^n \equiv 1^n[5]$ ومنه: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

4. تبيين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$ **1 ن**

لدينا:
$$2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 2^{4\times103}+2^{2(4n+1)}-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 2^{4\times103}+(2^{4n+1})^2-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 1+(2)^2-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 1+4-5[5]$$
$$2^{412}+2^{8n+2}-5 \equiv 0[5]$$

5 تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد: $2^{4n}+2^n+41$ مضاعف للعدد 5: 1 ن

لدينا: $2^{4n}+2^n+41$ مضاعف لـ 5 معناه $2^{4n}+2^n+41 \equiv 0[5]$

ومنه: $2^{4n}+2^n+41 \equiv 0[5]$ يكافئ $1+2^n+1 \equiv 0[5]$ يكافئ $2^n \equiv -2[5]$ يكافئ $2^n \equiv 3[5]$

ومن الجدول نجد: $n=4k+3$ حيث: $k \in \mathbb{Z}$.

حل التمـرين الثاني 06 ن

1 • حساب u_5: 1 ن

لدينا: ❶ $u_5 \times u_7 = 4096 \cdots$

وحسب خاصية الوسط الهندسي في المتتالية الهندسة نجد: ❷ $u_5 \times u_7 = (u_5)^2 \cdots$

من ❶ و ❷ نجد: $(u_6)^2=4096$ أي: $u_6=\sqrt{4096}=64$ أو $u_5=-\sqrt{4096}=-64$

بما أن حدود المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_5=64$.

• حساب الأساس r: 1 ن

لدينا: $u_6=u_3\times q^{6-3}$ أي $64=8\times q^3$ أي $q^3=\frac{32}{2}$ ومنه $q^3=8$

(بما أن $2^3=8$ فإن: $q^3=2^3$) ومنه $q=2$.

2 • حساب u_1: 0.5 ن

لدينا: $u_3=u_1\times q^{3-1}$ أي: $8=u_1\times 2^2$ أي: $u_1=\frac{8}{4}$ ومنه: $u_1=2$.

• عبارة حد العام u_n بدلالة n: 1 ن

تعطى عبارة الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول u_1 بالعلاقة التالية: $u_n=u_1\times q^{n-1}$

بعد التعويض نجد: $u_n=2\times2^{n-1}$ أي $u_n=2^{n-1+1}$ ومنه $u_n=2^n$.

3 اتجاه تغير المتتالية u_n: 0.5 ن

بما أن $q=2>1$ و $u_1=2>1$ فإن المتتالية u_n متزايدة تماما.

4 حساب المجموع S_n بدلالة n: 1 ن

لدينا: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n=u_1\times\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)=2\times\left(\frac{2^n-1}{2-1}\right)=2\times(2^n-1)$

5 علما أن: $2^9 = 512$، عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 2044$ 1 ن

لدينا: $S_n = 2044$ معناه: $2 \times (2^n - 1) = 2044$ معناه: $(2^n - 1) = 511$ معناه: $2^n = 512$

بالمطابقة مع $2^9 = 512$ نجد $n = 9$.

حل التمـرين الثالث 09 ن

1 حساب النهايات 0.5 ن + 0.5 ن

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = +\infty$

2 دراسة إتجاه تغير الدالة f:

- حساب الدالة المشتقة f' للدالة f: 0.5 ن

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث: $f'(x) = 6x^2 - 6x$

- دراسة إشارة $f'(x)$ 0.5 ن

لدينا: $f'(x) = 0$ تكافئ $6x^2 - 6x = 0$ تكافئ $6x(x-1) = 0$

تكافئ $6x = 0$ أو $x - 1 = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 1$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن من أجل: 0.5 ن

◁ $x \in]-\infty;0]$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $]-\infty;0]$

◁ $x \in [0;1]$; $f'(x) < 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على مجال $[0;1]$

◁ $x \in [1;+\infty[$; $f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال $[1;+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f 0.5 ن

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3 تبيين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها: 1 ن

نحسب الدالة المشتقة الثانية f'' للدالة f وندرس إشارتها:

الدالة f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f'' حيث: $f''(x) = 12x - 6$

لدينا: $f''(x)=0$ تكافئ $12x-6=0$ تكافئ $12x=6$ تكافئ $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

إذن الدالة المشتقة الثانية f'' تنعدم من أجل $x=\frac{1}{2}$ مغيرة إشارتها.

ومنه المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف w حيث: $w\left(\frac{1}{2};f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ أي $w\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

4 التحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)(2x^2-x-1)$. : 0.5 ن

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: لدينا:

$$(x-1)(2x^2-x-1)=2x^3-x^2-x-2x^2+x+1=2x^3-3x^2+1=f(x)$$

5 تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:

- مع محور الفواصل: 0.5 ن + 0.5 ن

معناه $y=0$ معناه $f(x)=0$ معناه $(x-1)(2x^2-x-1)=0$ معناه $(x-1)=0$ أو $(2x^2-x-1)=0$

لدينا: $x-1=0$ يكافئ $x=1$

ولدينا: $(2x^2-x-1)=0$ نحسب المميز Δ فنجد: $\Delta=(-1)^2-4(2)(-1)=9$

ومنه للمعادلة حلان: $x_1=\frac{1+\sqrt{9}}{2\times 2}=\frac{4}{4}=1$ أو $x_2=\frac{1-\sqrt{9}}{2\times 2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين A و B حيث: $A(1;0)$ و $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

- مع محور التراتيب: 0.5 ن

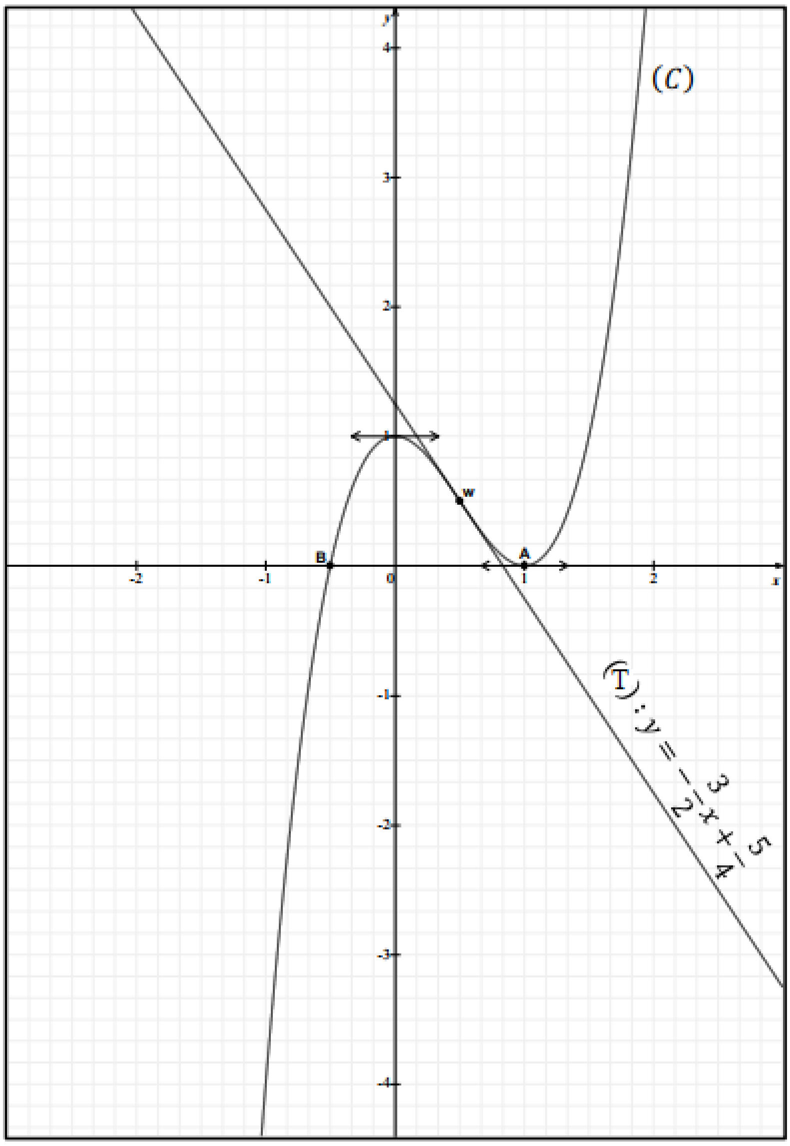
معناه $x=0$ أي نحسب: $f(0)$ ومنه: $f(0)=2(0)^3-3(0)^2+1)=1$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة C حيث: $C(0;1)$.

6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=\frac{1}{2}$: 1 ن

$(T):f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)$ تكافئ $(T):-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$ تكافئ $(T):-\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}$

7 إنشاء المماس (T) 0.5 ن والمنحنى (C_f): 0.5 ن



8 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$ 1 ن

- من أجل $m \in]-\infty;0[$ يوجد حل وحيد
- من أجل $m = 0$ يوجد حل مضاعف $x_0 = 1$ و حل $x_1 = -\frac{1}{2}$
- من أجل $m \in]0;1[$ يوجد ثلاثة حلول
- من أجل $m = 1$ يوجد حل مضاعف $x_2 = 0$ وحل $x_3 = \frac{3}{2}$
- من أجل $m \in]1;+\infty[$ يوجد حل وحيد

إنتهى تصحيح الموضوع الأول

تصحيح الموضوع الثاني

حل التمرين الأول 05 ن

1) نبحث إن كان العدد $2a+5b^3$ يقبل القسمة على 4: 1 ن

نقول عن العدد $2a+5b^3$ أنه يقبل القسمة على 4 إذا كان $2a+5b^3\equiv 0[4]$.

لدينا: $a\equiv 3[4]$ يكافئ $2a\equiv 6[4]$ يكافئ $2a\equiv 2[4]\cdots$ ❶

ولدينا: $b\equiv 3[4]$ يكافئ $b^3\equiv 2^3[4]$ يكافئ $b^3\equiv 8[4]$ يكافئ $b^3\equiv 0[4]$

يكافئ $5b^3\equiv 0[4]\cdots$ ❷

بجمع الموافقة ❶ والموافقة ❷ طرف لطرف ينتج: $2a+5b^3\equiv 2[4]$.

ومنه العدد $2a+5b^3$ لا يقبل القسمة على 4.

2) حساب باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4: 1 ن

لدينا: $a\equiv 3[4]$ يكافئ $a^2\equiv 3^2[4]$ يكافئ $a^2\equiv 9[4]\cdots$ يكافئ $a^2\equiv 1[4]\cdots$ ❸

ولدينا: $b^3\equiv 0[4]$ يكافئ $2b^3\equiv 0[4]\cdots$ ❹

نطرح الموافقة ❸ من الموافقة ❹ نجد: $a^2-2b^3\equiv 1[4]$.

ومنه باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4 هو 1.

3) حساب باقي قسمة العدد a^2-2b^3 على 4: 1 ن

لدينا: $a\equiv 3[4]$ يكافئ $a+1\equiv 3+1[4]$ يكافئ $a+1\equiv 4[4]$

وبما أن: $4\equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a+1\equiv 0[4]$

يكافئ $a+1-1\equiv 0-1[4]$ يكافئ $a\equiv -1[4]$

4) استنتاج باقي قسمة العدد $a^{2021}\times b^{1442}$ على 4 1 ن

لدينا: $a\equiv -1[4]$ يكافئ $a^{2021}\equiv (-1)^{2021}[4]$

بما أن العدد 2021 فردي فإن: $a^{2021}\equiv -1[4]$ أي: $a^{2021}\equiv 3[4]\cdots$ ❺

لدينا: $a\equiv -1[4]$ يكافئ $a^{1442}\equiv (-1)^{1442}[4]$

بما أن العدد 1442 زوجي فإن: $a^{1442}\equiv 1[4]\cdots$ ❻

نضرب الموافقة ❺ في الموافقة ❻ نجد: $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 3\times 1[4]$

يكافئ $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 3[4]$

ومنه باقي قسمة العدد $a^{2021}\times a^{1442}$ على 4 هو 3.

5 استنتاج أن: $a^{2021}+a^{1442}\equiv 0[4]$. 1 ن

بجمع الموافقة ❺ والموافقة ❻ نجد: $a^{2021}+a^{1442}\equiv 3+1[4]$ يكافئ $a^{2021}\times a^{1442}\equiv 4[4]$

وبما أن: $4\equiv 0[4]$ فإن (حسب خاصية التعدي): $a^{2021}+a^{1442}\equiv 0[4]$

حل التمـرين الثاني 06 ن

1 • تعيين الأساس r 1 ن

⋆ طريقة 1

بما أن u_n متتالية حسابية فإن: $\begin{cases} u_3=u_0+3r \\ u_{12}=u_0+12r \end{cases}$ وبالتعويض نجد: $\begin{cases} 1=u_0+3r\cdots(I) \\ 19=u_0+12r\cdots(II) \end{cases}$

بطرح (I) من (II) طرف لطرف ينتج: $(19-1)=(u_0-u_0)+(12-3)r$

أي: $18=9r$ ومنه: $r=\frac{18}{9}=2$.

⋆ طريقة 2

لدينا: $u_12=u_3+(12-3)r$ ومنه: $19=1+9r$ أي: $19-1=9r$ أي: $18=9r$ إذن: $r=\frac{18}{9}=2$

• تعيين الحد الأول u_0 0.5 ن

نعوض قيمة r في المعادلة (I) ينتج: $1=u_0+3\times 2$ أي $u_0=1-6$ إذن: $u_0=-5$.

2 • عبارة حد العام u_n بدلالة n: 1 ن

تعطى عبارة الحد العام u_n لمتتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r بالعلاقة التالية: $u_n=u_0+n\times r$

بعد التعويض والترتيب نجد: $u_n=2n-5$.

• حساب u_{18}: 0.5 ن

بالتعويض في عبارة الحد العام نجد: $u_{18}=2(18)-5=36-5=31$.

3 تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون : $u_n=2021$ 1 ن

$u_n=2021$ تكافئ $2n-5=2021$ تكافئ $2n=2021+5$ تكافئ $2n=2026$ تكافئ $n=\frac{2026}{2}=1013$.

4) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ 1 ن

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$$
$$= (n+1)\left(\frac{-5+2n-5}{2}\right)$$
$$= (n+1)\left(\frac{2n-10}{2}\right) = (n+1)\left(\frac{2(n-5)}{2}\right) = (n+1)(n-5)$$

5) إستنتاج المجموع: $A = 31 + 33 + 34 + \cdots + 2021$ 1 ن

$$A = 31 + 33 + 34 + \cdots + 2021 = u_18 + u_19 + u_{20} + \cdots + u_{1013}$$
$$= (1013 - 18 + 1)\left(\frac{31+2021}{2}\right) = 1021896$$

حل التمـرين الثالث 09 ن

1) تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+1}$: 0.5 ن

⋆ طريقة 1

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2} = \frac{2x+2+4-4}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = 2 - \frac{2}{x+2}$$

⋆ طريقة 2

$$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x),$$

أي $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+1}$

2) أ حساب النهايات

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{x+2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{x} = 2$$ 0.5 ن

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x+2}{x+2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x} = 2$$ 0.5 ن

إشارة المقام $x+2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \overset{<}{\to} -2} f(x) = \lim_{x \overset{<}{\to} -2} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$ 0.5 ن

$$\lim_{x \overset{>}{\to} -2} f(x) = \lim_{x \overset{>}{\to} -2} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$ 0.5 ن

ب استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مع تعيين معادلة لكل منهما:

(التفسير الهندسي) 0.5 ن + 0.5 ن

◁ لدينا: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$.

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ وبجوار $(-\infty)$.

◁ ولدينا: $\lim_{\substack{x \to -2 \\ <}} f(x) = +\infty$ و $\lim_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x) = -\infty$ ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f).

3 • تعيين الدالة المشتقة f' للدالة f: 1 ن

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ و دالتها المشتقة f'

حيث: $f'(x) = \dfrac{(2x+2)'(x+2)-(x+2)'(2x+2)}{(x+2)^2} = \dfrac{2(x+2)-(2x+2)}{(x+2)^2} = \dfrac{2}{(x+2)^2}$

• دراسة إشارة $f'(x)$: 0.5 ن

بما أن: $(x+2)^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط ومنه $f'(x) > 0$

• إتجاه تغير الدالة f 0.5 ن

إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجال $]-\infty;-2[$ والمجال $]-2;+\infty[$

4 جدول تغيرات f 0.5 ن

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 2$

5 تعيين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:

• مع محور الفواصل: 0.5 ن

معناه $y = 0$ معناه $f(x) = 0$ معناه $\dfrac{2x+2}{x+2} = 0$ معناه $2x+2 = 0$ معناه $2x = -2$ أي $x = -\dfrac{2}{2} = -1$.

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة A حيث: $A(-1;0)$.

• مع محور التراتيب: 0.5 ن

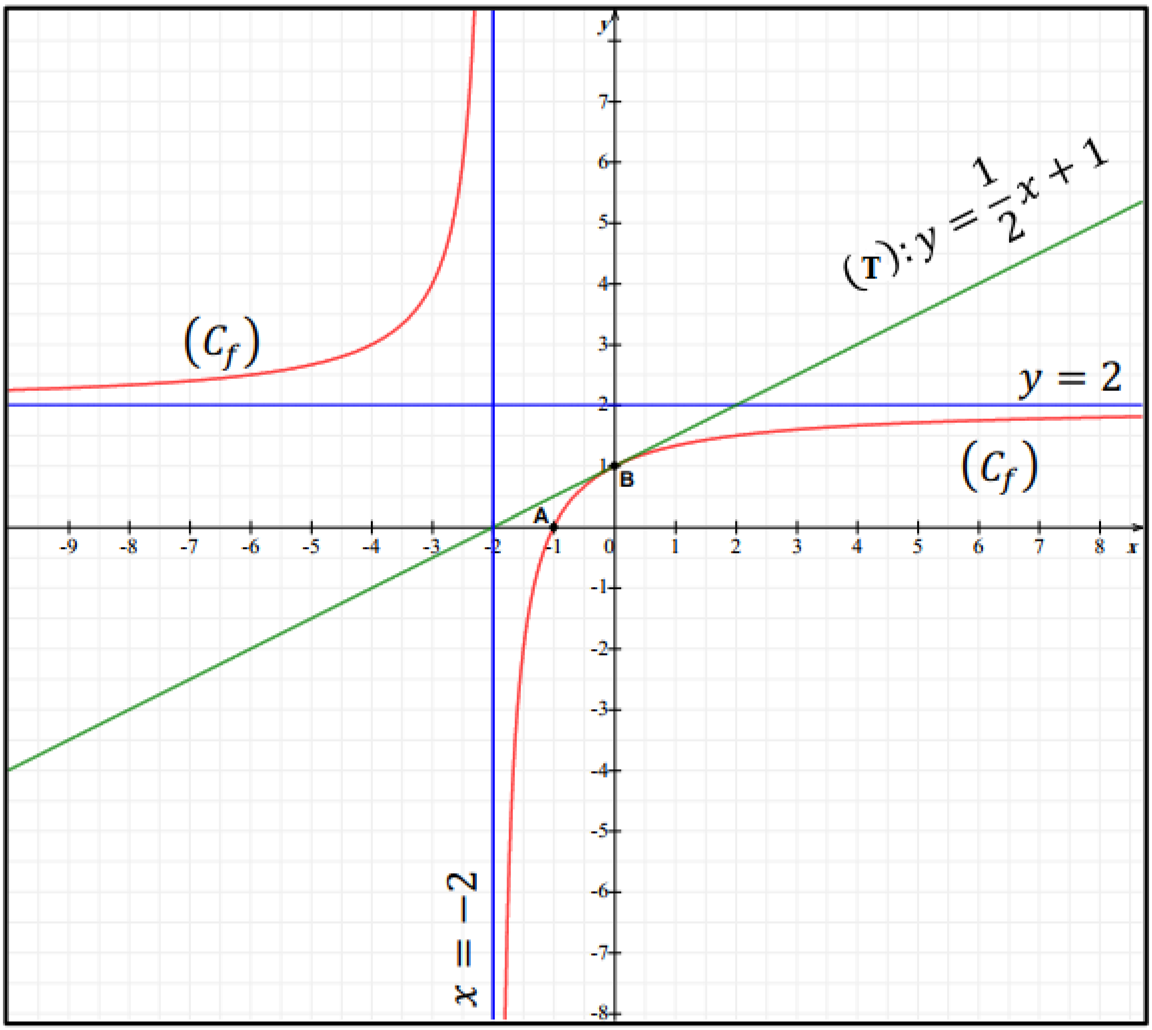
معناه $x = 0$ أي نحسب: $f(0)$ ومنه: $f(0) = \dfrac{2(0)+2}{(0)+2} = \dfrac{2}{2} = 1$

وبالتالي المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة B حيث: $B(0;1)$.

6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0: 0.5 ن

$(T) : f'(0)(x-0) + f(0)$ تكافئ $(T) : \dfrac{1}{2}x + 1$

7 إنشاء المماس (T) 0.5 ن والمنحنى (C_f): 0.5 ن



8 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$ 0.5 ن

- من أجل $m \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ يوجد حل وحيد.
- من أجل $m = 2$ لا يوجد حلول.

إنتهى تصحيح المـوضـوع الثاني