المستوى:الثالثة تسيير و اقتصاد **ديسمبر 2021**

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات المدة : 2سا

التمرين 1

نعتبر الدالة المعرفة على $\Re-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x^3-x^2-4x+4}{(x-1)^2}$

1) عين الأعداد الحقيقية a,b,c حيث من أجل كل $x\neq 1$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{(x-1)^2}$

2) أ) برهن أنه من أجل كل $x\neq 1$: $f'(x)=\dfrac{2(x^3-3x^2+3x-2)}{(x-1)^3}$

ب) تحقق أن : $x^3-3x^2+3x-2=(x-2)(x^2+dx+e)$ حيث d و e أعداد حقيقية يطلب تحديدها. استنتج إشارة $f'(x)$

3) أ) أدرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب) نسمي C_f التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

برهن أن C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا D يطلب إعطاء معادلته ثم أدرس وضعية C_f و D.

جـ) هل يقبل C_f مستقيمات مقاربة أخرى؟

4) أنشئ جدول تغيرات الدالة f

5) أكتب معادلة المماس T في النقطة التي فاصلتها 0

6) برهن أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α تحقق $-2<\alpha<-1$

7) أرسم C_f ، D و المماس T.

التمرين 2

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 12$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3 + \frac{1}{4}u_n$.

1- أحسب u_1, u_2, u_3 .

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 \leq u_n \leq 12$.

3- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بما يلي : $v_n = u_n - a$ حيث a عدد حقيقي .

1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 8\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3) نفرض في ما يلي : $a = 4$

أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة
التمرين 1	I) 1) تعيين الأعداد الحقيقية $a=2$; $b=3$; $c=1$ و منه $f(x)=2x+3+\frac{1}{(x-1)^2}$ 2) ا) البرهان أن $f'(x)=\frac{2(x^3-3x^2+3x-2)}{(x-1)^3}$ ب) $d=-1$; $e=1$ ج) إشارة $f'(x)$ x | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ | $\|\|$ | $-$ | 0 | $+$ 3)ا) النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to 1^>} f(x)=+\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to 1^<} f(x)=-\infty$ ب) البرهان عل وجود مستقيم مقارب بما أن $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{(x-1)^2}=0$ و منه المستقيم (D) ذو المعادلة $y=2x+3$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $-\infty$ و$+\infty$ ج) (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=1$ 4) جدول التغيرات. 5) معادلة المماس $y=4x+4$	

6) مبرهنة القيم المتوسطة.
7) الرسم.

التمرين 2

I) 1)

$u_1 = 6$; $u_2 = \frac{9}{2}$; $u_3 = \frac{33}{8}$

2) البرهان بالتراجع.

3)

$u_{n+1} - u_n = 3 - \frac{3}{4}u_n < 0$

و منه (u_n) متناقصة تماما و منه متقاربة.

II) 1) $a = 4$

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 4$
عبارة (v_n)
و منه $v_n = 8\left(\frac{1}{4}\right)^n$
$u_n = 8\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$

3) حساب المجموع
$S_n = \frac{32}{3}\left(1 - \frac{1}{4}^n\right)$
$S'_n = \frac{32}{3}\left(1 - \frac{1}{4}^n\right)$

	التمرين