

الفرض المحروس الأول في الثلاثي الثاني  
مادة: الرياضيات

المدة : ساعة

## التمرين الأول:

لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $[0, 1]$  كما يلي:  $h(x) = \frac{3x}{1+2x}$  و (C) تمثيلها البياني و (D) المستقيم ذو المعادلة  $y=x$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ( أنظر الشكل المقابل )

✓  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول  $u_0 = \alpha$  حيث  $\alpha \in \mathbb{R}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $u_{n+1} = h(u_n)$

(1) عين  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة

(2) نفرض أن  $\alpha = \frac{1}{2}$

1. أعد الرسم السابق ثم ضع على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2$  دون الحساب مبرزا خطوط العمل

2. ضع تخمين حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية  $(u_n)$

3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  على صحة الخاصية الأتية:  $0 < u_n < 1$

4. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن:

$$(u_n) \text{ المتتالية } u_{n+1} - u_n = \frac{-2u_n^2 + 2u_n}{1+2u_n}$$

5. برر لماذا  $(u_n)$  متقاربة

✓  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $\square$  ب:  $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$

1. برهن أن عبارة الحد العام للمتتالية  $(v_n)$  هو  $v_n = 3^n$  ، إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

2. أحسب مرة ثانية  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $p_n = \left(\frac{u_0}{1-u_0}\right) \times \left(\frac{u_1}{1-u_1}\right) \times \left(\frac{u_2}{1-u_2}\right) \times \dots \times \left(\frac{u_n}{1-u_n}\right)$

عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  حيث  $p_n = 3^{210}$

## التمرين الثاني:

كيس يحتوي على 20 كرية ، منها 3 صفراء ، 4 حمراء ، 5 بيضاء و 8 سوداء لا نفرق بينهم باللمس .  
نسحب من الكيس و بطريقة عشوائية كرتين على التوالي و دون إرجاع الكرة المسحوبة الأولى إلى الكيس قبل سحب الكرة الثانية .  
(1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون" .

B : "الكرية المسحوبة الأولى حمراء" .

C : "كرة حمراء من بين الكرتان المسحوبتان" .

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي المعروف كما يلي : إذا حصلنا على كرة صفراء نربح  $DA$  4 ، و إذا حصلنا على كرة

حمراء نخسر  $DA$  2 ، و إذا حصلنا على كرة بيضاء نربح  $DA$  7 ، و إذا حصلنا على كرة سوداء نخسر  $DA$  3 .

(أ) ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  .

(ب) أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  .

(ج) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  . هل اللعبة في صالح اللاعب ؟