على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط $A(1;3;2)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$.

1- أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ج) بين أن $x+y-2z=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2- (P) المستوي الذي معادلته $x-2y-2z+6=0$.

أ) بين أن المستويان (ABC) و (P) متقاطعان وفق مستقيم وليكن (Δ) .

ب) بين أن الجملة $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=2 \\ z=t \end{cases}$ حيث $(t\in\mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).

3- بين O مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3);(C;-2)\}$

4- أ- عين طبيعة (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{5}$

ب- احسب احداثيات النقطتين D و E تقاطع (S) و (Δ).

ج- ما هي طبيعة المثلث ODE؟ استنتج المسافة بين O و (Δ) .

التمرين الثاني:

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z-3)\left(z^2+4z+8\right)=0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=3$ ، $z_B=-2+2i$ و $z_C=-2-2i$

أ- احسب الأطوال AB ، AC و BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب- عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$

ت- حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

3- لتكن النقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ،حيث M تختلف عن النقطتين A و B.

أ- فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\dfrac{z-3}{z+2-2i}$.

ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تجعل $\dfrac{z-3}{z+2-2i}$ عددا حقيقيا موجبا تمام

التمرين الثالث:

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x^2-\ln x$

1- احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند 0.

2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=2x-1+\dfrac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

4- تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيتها.

5- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0;+\infty[$

6- أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة (T)

7- برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,39<\alpha<0,40$.

8- ارسم (C_f) و (Δ) و (T) ثم (C_f) ($\|\vec{i}\|=2cm\ ;\ \|\vec{j}\|=1cm$)

9- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(m+1)x-1-\ln x=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقطة $A\left(2;-4;1\right)$ والمستقيم $\left(\Delta\right)$ حيث: $\left(t\in\mathbb{R}\right)$ ، $\left(\Delta\right):\begin{cases}x=1+t\\y=-1-2t\\z=-1+t\end{cases}$

1- عين معادلة المستوي $\left(P\right)$ الذي يشمل النقطة A والمستقيم $\left(\Delta\right)$.

2- عين إحداثيات النقطة C من $\left(\Delta\right)$ بحيث يكون $\left(AC\right)\perp\left(\Delta\right)$.

3- تحقق أن النقطة $B\left(2;-3;0\right)$ نقطة من $\left(\Delta\right)$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC.

4- أحسب المسافة بين النقطة $D\left(0;0;2\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

5- استنتج وضعية المستقيم $\left(\Delta\right)$ مع $\left(AD\right)$.

التمرين الثاني:

1- نعتبر العددين المركبين $z_1=3+2i$ و $z_2=1-2i$

أ- بين أن $z_1+\overline{z_2}=4\left(1+i\right)$

ب- أكتب $z_1+\overline{z_2}$ على الشكل المثلثي.

جـ- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(z_1+\overline{z_2}\right)^n$ عدد تخليا صرفا.

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، نعتبر النقط A ، B ، C و D

التي لواحقها $z_A=3+2i$ ، $z_B=-3$ ، $z_C=1-2i$ و $z_D=-1-6i$ على الترتيب.

أ- عين الطويلة وعمدة للعدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب- G مرجح الجملة $\left\{\left(A;1\right);\left(B;-1\right);\left(D;1\right)\right\}$.

- عين z_G لاحقة النقطة G، ثم بين ان الرباعي $ABDG$ مربع.

جـ- $\left(F\right)$ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|=4\sqrt{5}$.

- بين أن النقطة B تنتمي إلى $\left(F\right)$.
- عين $\left(F\right)$ ثم أنشئها.

التمرين الثالث:

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty;2[$ كما يلي: $g(x)=x+1+e^{x}$

1- أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها على $]-\infty;2[$.

3- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-1,28<\alpha<-1,27$

4- استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;2[$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;2[$ كما يلي: $f(x)=x-1+\dfrac{1+e^{x}}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $-\infty$.

2- بين أن $f'(x)=\dfrac{(x-1)g(x)}{x^{2}}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;0[\cup]0;2[$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$.

6- بين أن $f(\alpha)=\alpha-2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.

7- ارسم (Δ) ثم (C_f) ($\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$).

8- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^{2}-(1+m)x+1+e^{x}=0$

الجزء 3:

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي: $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

1- بين أن $f'\left(\dfrac{1}{x}\right)>0$ على المجال $\left]\dfrac{1}{\alpha};0\right[$ و $f'\left(\dfrac{1}{x}\right)<0$ على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{\alpha}\right[$.

2- باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$.

3- احسب $h'\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ على المجال $]-\infty;0[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h.