BAC 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — الأستاذة: قميري سميرة

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية — دورة ماي 2021

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا

التمرين الأول:

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 أساسها r حيث $\begin{cases} u_8 \times u_9 = 2021 \\ 14u_7 + 14u_8 + 14u_9 - 364 = 1442 \end{cases}$

1) احسب u_8 ثم استنتج u_9

2) بين أن $r = 4$ و $u_0 = 11$.

3) أكتب الحد العام u_n بدلالة n .

4) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) مع التبرير.

5) احسب بدلالة n المجموع S_n المعرف بـ: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

التمرين الثاني:

a، b و c أعداد صحيحة حيث : $a = 2021$ ، $b = 1442$ و $c = 1954$.

1) احصر العدد a بين مضاعفين متتاليين للعدد 3

2) تحقق أن العددين a و b متوافقان بترديد 3

3) هل العددان a و c متوافقان بترديد 3 ؟

4) بين باستعمال خواص الموافقات صحة الموافقة التالية: $a + b + c \equiv -1[3]$

5) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $(1442 + 2021 + 1954)^{1962}$ على 3

التمرين الثالث:

f الدالة المعرفة على $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ ، (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f(x) = 2 + \frac{1}{x+1}$

2. احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -1} f(x)$ ، $\lim_{x \to -1} f(x)$

3. استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب كتابة معادلة لكل منهما

4. عين $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

5. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

6. اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها -2

7. عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين

8. مثل المنحني (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_3 \times u_9 = 2021 \\ 14u_7 + 14u_3 + 14u_9 - 364 = 1442 \end{cases}$$

1) حساب u_3 ثم استنتاج u_9

$$14u_7 + 14u_3 + 14u_9 - 364 = 1442$$

تكافئ: $14(u_7 + u_3 + u_9) = 1806$

تكافئ: $u_7 + u_3 + u_9 = 129$

(u_n) متتالية حسابية إذن $u_7 + u_9 = 2u_3$

بالتعويض $3u_3 = 129$ وبالتالي: $u_3 = 43$

استنتاج : $u_9 = \dfrac{2021}{u_3} = 47$

2) إثبات أن $r = 4$, $u_0 = 11$.

(u_n) متتالية حسابية إذن $u_9 - u_8 = r$ ومنه: $r = 4$

ولدينا : $u_8 = u_0 + 8r$ ومنه $u_0 = u_8 - 8r = 11$.

4) كتابة الحد العام u_n بدلالة n :

(u_n) متتالية حسابية إذن من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_n = u_0 + nr$ أي $u_n = 11 + 4r$

5) اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

(u_n) متتالية حسابية أساسها موجب تماما يساوي 4، أي من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 4$ فهي متزايدة تماما

6) حساب المجموع S_n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

$$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$$

$$S_n = (n+1)(11 + 2n)$$

التمرين الثاني:

$a = 2021$ ، $b = 1442$ ، $c = 1954$.

1) حصر العدد a بين مضاعفين متتاليين للعدد 3:

$2021 = 3(673) + 2$ و منه $673(3) < 2021 < 674(3)$

وبالتالي $2019 < a < 2022$

2) التحقق من أن العددين a و b متوافقان بترديد 3 :

$a - b = 579$. بما أن العدد 579 مضاعف للعدد 3 فإن العددين a و b متوافقان بترديد 3:

3) صحة الموافقة $a \equiv c[3]$:

$a - c = 67$. بما أن العدد 67 ليس مضاعفا للعدد 3 فإن العددين a و c غير متوافقين بترديد 3.

4) إثبات صحة الموافقة : $a + b + c \equiv -1[3]$

لدينا: $a \equiv 2[3]$ ، $b \equiv 2[3]$ ، $c \equiv 1[3]$

ومنه : $a + b + c \equiv 5[3]$ بما أن : $5 \equiv -1[3]$ فإن :

$a + b + c \equiv -1[3]$

التمرين الثالث:

1. إثبات أن : $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x+1}$:

من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 :

$$2 + \frac{1}{x+1} = \frac{2x+2+1}{x+1} = \frac{2x+3}{x+1} = f(x)$$

2. حساب النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2 + \frac{1}{x+1} = 2$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2 + \frac{1}{x+1} = 2$$

$$\lim_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x\to-1 \\ >}} 2 + \frac{1}{x+1} = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to-1 \\ <}} f(x) = \lim_{\substack{x\to-1 \\ <}} 2 + \frac{1}{x+1} = -\infty$$

استنتاج: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب له المعادلة $x = -1$ ومستقيما مقاربا موازيا لمحور الفواصل له المعادلة $y = 2$

حساب $f'(x)$:

من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 :

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

6. استنتاج اتجاه تغيّر الدالة f: اتجاه تغيُّر f من إشارة المشتقة.

بما أن $f'(x) < 0$ من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 فإن الدالة f متناقصة تماما

معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها -2:

$$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$$

$y = -(x+2) + 1$ أي $y = -x - 1$

7. تعيين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين:

$x = 0$ نجد: $y = 3$

$f(x) = 0$ نجد: $x = -\dfrac{3}{2}$

نقط التقاطع : $A(0,3)$ و $B(-\dfrac{3}{2}, 0)$

تمثيل المنحني (C_f) :