

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق)

الامتحان التجريبي لباكوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : ثلاث ساعات و نصف

الشعبة : تسيير و اقتصاد

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04نقاط) عين في حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل :

1 - مجموعة حلول المتراجحة $e^x > 2 - 3e^x$ في \mathbb{R} هي : (أ)

(ب) $S =]-\infty; \ln 2[$ - (ج) $S =]-\infty; -\ln 2[$.

2 - دالة معرفة على $]1; +\infty[$: ب : $F(x) = x - 1 + \ln(x - 1)$ هي دالة اصلية للدالة f على $]0; +\infty[$ بحيث:

(أ) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ - (ب) $f(x) = -1 + x$ - (ج) $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$.

3 - u_1, u_2, u_3 ثلاث حدود من متتالية عددية (u_n) إذا كان $u_1 = -1, u_2 = \frac{5}{2}, u_3 = \frac{7}{3}$ فان

(أ) (u_n) متتالية هندسية (ب) (u_n) متتالية لا هندسية لا حسابية (ج) (u_n) متتالية حسابية.

4 - من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$ فان قيمة العدد $A = \int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$ هي :

(أ) $A = \frac{2}{15}$ - (ب) $A = \frac{-3}{15}$ - (ج) $A = \frac{4}{15}$

التمرين الثاني:(04نقاط) g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ و قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها، يعطى جدول

تغيراتها كما يلي :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
تغيرات f		↗ 2	↘ -∞	↘ 1

أجب صح او خطأ مع التعليل :

1- المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب افقي للمنحنى (c_g) .

2- المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1; +\infty[$.

3- مجموعة حلول المتراجحة $g'(x) > 0$ في \mathbb{R} هي : $S = [0; 1[]1; +\infty[$

4- النقطة B ذات الاحداثيات $(-2; 3)$ تنتمي الى المنحنى (c_g) .

الصفحة 1 من 4

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- 1- لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N ب: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$.
- ا- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 \leq u_n \leq 0$.
- ب- بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة .
- 2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي ب $v_n = u_n - 2$
- أ - برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها q و حدها الاول .
- ب- اكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ثم احسب من جديد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- ت- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث أن $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- (I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$:
- (II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$
- ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها
- (3) 1- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقاربا مائل يطلب معادلته $y = -x + e$.
- ب - حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- 4- بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .
- 5- بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2 < \alpha < 2.1$
- 6- أنشئ كلا من المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحني (C_f) .
- 7- 1- بين ان الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي دالة اصلية للدالة $x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب)- أحسب التكامل $\int_1^2 (-x + e - f(x)) dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

الموضوع الثاني

التمرين الأول (2.5) اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

1 - مجموعة حلول المتراجحة $(e^x - 2)(e^x + 2) \geq 0$ هي $S = [\ln 2; +\infty[$

2 - قيمة التكامل A حيث $A = \int_1^4 \left(x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ هي $A = \frac{263}{4}$ $x > 0$

3 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x-1}{x+1}} = 1$

التمرين الثاني (05ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على N على بعدها الأول $u_0 = 4$ وبالعلاقة التراجعية من أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4}$

1- احسب $u_3; u_2; u_1$

2- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4}$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

4- بين أن (u_n) رتبية تماما ثم سنتج أنها متقاربة

5- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(أ) بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول

(ب) عبر بدلالة n عن v_n ثم u_n

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

(د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث (04ن)

السلسلة الإحصائية التالية $M_i(x_i; y_i)$ تمثل نتائج دراسة حول منتج مستهلك حيث x_i هو الثمن بالدينار للكيلوغرام و y_i الكمية المطلوبة بالطن

x_i	100	115	120	130	137	150	165	188	200
الثمن									
y_i	5.8	5.2	5.1	4.8	4.6	4.3	4	3.7	3.5
الكمية									

- 1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (1cm لكل دينار على محور الفواصل و 2cm لكل طن على محور الترتيب)
- 2- عيّن النقطة المتوسطة $G(\bar{x}; \bar{y})$ لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- 2- عيّن النقطة المتوسطة $G(\bar{x}; \bar{y})$ لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (يعطى المعاملان مدوران الى 10^{-2})
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- ج) احسب الكمية المطلوبة للمنتوج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينار للكيلوغرام

التمرين الرابع (08.5) الجزء الأول الدالة العددية المعرفة على $R - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- عيّن العددين الحقيقيين $a; b$ بحيث يكون من أجل كل x من $R - \{1\}$: $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$

2- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها ، مفسرا النتائج هندسيا

3- بيّن أن : $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$

4- شاكل جدول تغيرات الدالة f

5- بيّن ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.2 < \alpha < -1.9$

6- استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x من $R - \{1\}$

الجزء الثاني

g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[$ بـ $g(x) = x + 1 + \ln(f(x))$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة g عند أطراف حدود مجالي مجموعة التعريف

2- بيّن أن $g'(x) = \frac{x^2 + x - 5}{(x+2)(x-1)}$

3- شاكل جدول تغيرات الدالة g

4- بيّن المنحنى (C_g) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x + 1$

5- ادرس الوضع النسبي بين (C_g) و (Δ)

6- أنشئ المستقيمات المقاربة و المستقيم (Δ) والمنحنى (C_g)

7- بيّن أنه من أجل $x \in]1; +\infty[$ يكون : $g(x) = x + 1 + \ln(x+2) - \ln(x-1)$

8- بيّن أن الدالة G المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ $G(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + (x+2)\ln(x+2) - (x-1)\ln(x-1)$ هي الدالة الأصلية للدالة

g على المجال $]-1; +\infty[$

9- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 2; x = 3$

الموضوع الأول

التنقيط	الاجابة النموذجية	التمرين
0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25	<p>اقترحاتك</p> <p>(1)- الاجابة ج $]-\infty; -\ln 2[$ $S =]$</p> <p>(2)- الاجابة أ- $f(x) = \frac{x}{x-1}$</p> <p>(3)- الاجابة ب- المتتالية لا حسابية ولا هندسية</p> <p>(4)- الاجابة ج</p>	التمرين الاول
0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25 0.75+0.25	<p>صحيح أو خط</p> <p>1- صحيح لان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ و</p> <p>2- صحيح مبرهنة القيم المتوسطة</p> <p>3- خطأ لان</p> <p>4- خطأ لان</p>	التمرين الثاني
0.75 0.25+0.75 0.25+0.5 0.25+0.25 0.5 0.5	<p>متتاليات</p> <p>1-أ)- البرهان بالتراجع</p> <p>ب)- بما أن الفرق سالب فان المتتالية متناقصة تماما . بما أنها متناقصة ومحدودة فانها متقاربة</p> <p>2-أ)- المتتالية (v_n) هندسية اساسها $q = \frac{1}{3}$ وحدها الاول $v_0 = -3$.</p> <p>ب- من أجل كل عدد طبيعي $v_n = -3 \times \frac{1}{3^n}$ و $u_n = -3 \times \frac{1}{3^n} + 2$</p> <p>ج- $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 2$ لان $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = 0$ و $-1 < q < 1$.</p> <p>د- $s_n = -\frac{9}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right) + 2(n+1)$</p>	التمرين الثالث

دالة لوغارية

$$g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x \quad (IDg =]0; +\infty[)$$

0.25+0.25

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad (1)$$

0.25+0.25

(2) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما

0.5+0.25

$$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x} \quad \text{ومنه } g \text{ متزايدة تماما على}$$

0.25

(3) من جدول التغيرات من أجل كل عدد حقيقي من $]0; +\infty[$ لدينا $g(x) \geq 3$ يعني $g(x) > 0$.

$$f(x) = -x + e - 2 \frac{\ln x}{x} \quad (II)$$

0.25+0.25

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \text{أ-}$$

0.5

$$f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2} : x \in]0; +\infty[\quad (1)$$

0.25+0.25

ب- إشارة المشتقة من إشارة $-g(x)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على وشكل جدول تغيراتها

0.5+

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (y)] = 0 \quad (3)$$

0.25

0.5

$$\text{ب- } [f(x) - (y)] = -\frac{2 \ln x}{x} \quad \text{الوضعية}$$

0.25+0.5

(4) $f'(x) = -1$ يقبل مماسا (T) عند $x = e$

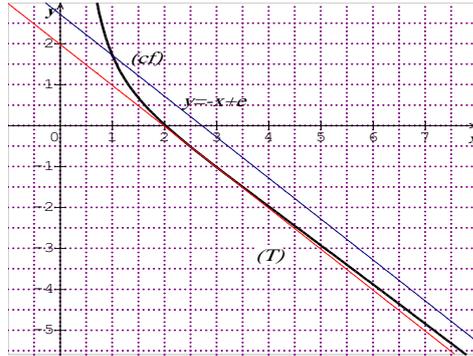
0.5

$$\text{المعادلة } y = -x + e - 2e^{(-1)}$$

(5) مبرهنة القيم المتوسطة

1

(6) - أنشئ كلا من المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحني (C_f) .



0.25

(7) 1- الاشتقاق

0.25+0.5

$$\text{ب- } (\ln 2)^2 = \int_1^2 (-x + e - f(x)) dx \quad \text{مساحة الحيز المحدد بالمستقيم}$$

(Δ) والمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات

$$x = 2 \quad \text{و} \quad x = 1$$

التمرين الرابع

الموضوع الثاني

التصحيح النموذجي للامتحان التجريبي تسيير و اقتصاد

التنقيط	التمرين
0.5+0.5	التمرين الاول 1- صحيح لدينا $e^x + 2 > 0$ ومنه $e^x - 2 \geq 0$ اذن $x \geq \ln 2$
0.5+0.25	2- صحيح لان $\int_1^4 (x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx = \int_1^4 x^3 dx + \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_1^4 + \left[2\sqrt{x} \right]_1^4 = \frac{263}{4}$
0.5+0.25	3- خطأ لان $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = e^1 \end{cases} \text{ لان } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x-1} = e^1$
3*0.25	التمرين الثاني لدينا $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4} \end{cases}$ حساب الحدود $u_3 = \frac{17}{8}; u_2 = \frac{25}{49}; u_1 = \frac{34}{61}$
0.5	$u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4} = \frac{4(u_n + 4) - 15}{u_n + 4} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4} - 2$
0.5	3- البرهان بالتراجع : نبرهن صحة الخاصية من اجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 4$ ومنه $u_0 > 1$ نفرض ان الخاصية صحيحة من اجل n ونبرهن صحتها من اجل $n+1$ لدينا $u_n \geq 1$ ومنه $u_n + 4 \geq 5$ اذن $\frac{-1}{u_n + 4} \geq -3$ ومنه $u_{n+1} \geq 1$
0.5	ومنه الخاصية صحيحة 4- دراسة اتجاه التغير $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 1}{u_n + 4}$ لدينا $u_n \geq 1$ ومنه $-u_n^2 \leq -1$ اذن $-u_n^2 + 1 \leq 0$
0.25	اذن $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ومنه نستنتج ان (u_n) متناقصة على \square بما ان المتتالية (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل ب 1 فهي متقاربة
0.5	5- لدينا $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ اثبات ان (v_n) هندسية : $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 1} = \frac{3(u_n - 1)}{5(u_n + 1)}$
2*0.25	ومنه $v_{n+1} = \frac{3}{5} v_n$ اذن هندسية اساسها $q = \frac{3}{5}$ وحدها الاول $v_0 = \frac{3}{5}$
0.25	6- كتابة الحد العام

0.5	$v_n = \frac{3}{5} \times \left(\frac{3}{5}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$												
0.25	$u_n = \frac{-v_n - 1}{v_n - 1} = \frac{-\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1}$												
0.5	<p>ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 1$</p>												
0.75	$S_n = \frac{3 \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right)}{2}$												
0.25+2*0.5	<p>حساب المجموع التمرين الثالث : تمثيل السحابة : النقطة المتوسطة $\bar{x} = 145; \bar{y} = 4.55$ ومنه $G(145; 4.55)$ معادلة مستقيم الانحدار :</p>												
0.5	$a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^9 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2} = -0.02$												
0.5	$b = \bar{y} - a \bar{x} = 7.45$												
0.5	$(\Delta): y = -0.02x + 7.45$												
0.5	<p>الإنشاء $y = -0.02 \times 245 + 7.45 = 2.55$</p>												
0.5	<p>التمرين الرابع تعيين $a; b$ حيث $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$</p>												
0.5	$f(x) = a + \frac{b}{x-1} = \frac{a(x-1) + b}{x-1}$												
0.5	$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$ <p>ومنه حساب النهايات</p>												
4*0.25	$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \end{cases}; \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \end{cases}$												
0.5	<p>المشتقة $f'(x) = \frac{1(x-1) - 1(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$</p>												
0.5	<p>جدول التغيرات</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>1</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>إشارة $f'(x)$</td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>تغيرات $f(x)$</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	1	$+\infty$	إشارة $f'(x)$	-		-	تغيرات $f(x)$	↘	↘	↘
x	-2	1	$+\infty$										
إشارة $f'(x)$	-		-										
تغيرات $f(x)$	↘	↘	↘										

5- الدالة f قابلة للاشتقاق ومستمرة على المجال $]-\infty; 1[$ و $\square - \{1\}$ وبما انها متناقصة تماما على $[-2.2; -1.9]$ فهي رتيبة على $[-2.2; -1.9]$ ولدينا ايضا $f(-2.2) = 0.06; f(-1.9) = -0.03$ فان $f(-2.2) \times f(-1.9) < 0$ اذن حسب ميرنهة القيم المتوسطة فان $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد

جدول الاشارة :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
اشارة $f(x)$		+	-	+

الجزء الثاني

0.25 النهايات $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = -\infty \end{array} \right.$

4*0.25 المشتقة : $g'(x) = 1 + \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{x^2+x-5}{(x-1)(x+2)}$

جدول الغيبرات

x	$-\infty$	-2.79	-2	1	1.79	$+\infty$
اشارة	+		-		-	+
تغيرات						

المستقيم المقارب المائل :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right) = 0$$

0.5 ومنه $y = x+1$ (Δ) مستقيم مقارب مائل ل (C_f) بجوار ∞ الوضع النسبي :

$$g(x) - y = \ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right)$$

من جدول التغيرات ل $f(x)$ نجد ان :

0.5 -1 $0 < f(x) < 1$ لما $x \in]-\infty; -2[$ فان $\ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right) < 0$ اذن (C_f) اسفل (Δ)

-2 $1 < f(x)$ لما $x \in]1; +\infty[$ فان $\ln \left(\frac{x+2}{x-1} \right) > 0$ اذن (C_f) اعلى (Δ)

التمثيل البياني

0.75 بما ان $x+2 > 0$ و $x-1 > 0$ لما $x \in]1; +\infty[$ فان حسب خواص $\ln x$ لدينا $g(x) = x+1 + \ln(x+2) - \ln(x-1)$ الدالة الاصلية : بحساب المشتقة $G'(x)$ نجد ان $G'(x) = g(x)$

0.5
0.25

$$A = \int_2^3 g(x) = [G(x)]_2^3 = 6.11 \text{ مساحة الحيز}$$

