## التمرين 1 ( 4 ن )

1 — 1) عين الثنائيات $(x,y)$ من مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ التي تحقق المعادلة $(E)$ حيث :
$(E) : 8x - 5y = 3$

2) ليكن $\alpha$ عدد صحيح نسبي، بحيث توجد ثنائية $(p,q)$ من الأعداد الصحيحة النسبية التي تحقق : $\alpha = 8p + 1$ و $\alpha = 5q + 4$.

1 — أ- بين أن الثنائية $(p,q)$ حلا للمعادلة $(E)$.

1 — ب- إستنتج أن : $\alpha \equiv 9[40]$

1 — 3) نضع $\beta = \alpha + 8$ ، عين أصغر عدد $\beta$ حيث $\beta > 2008$.

## التمرين 2 ( 4 ن )

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)$ ذات المجهول $z$ حيث :

$$(E) : z^2 - (1 + i\sin(2\theta))z + \frac{i}{2}\sin(2\theta) = 0.$$

حيث $\theta$ عدد حقيقي.

1 — 1) حل المعادلة $(E)$ من أجل $\theta = \frac{\pi}{4}$.

1 — 2) عين بدلالة $\theta$ حلول المعادلة $(E)$.

3) لتكن $M$ و $M'$ صورتي حلي المعادلة $(E)$ في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. ، وليكن $I$ منتصف القطعة $[MM']$.

1 — أ- عين إحداثيات النقطة $I$.

1 — ب- بين أن النقطتين $M$ و $M'$ تنتميان إلى نفس الدائرة لما $\theta$ يمسح $\mathbb{R}$ ، يطلب تعين مركزها و نصف قطرها.

## التمرين 3 ( 6 ن )

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})$ نعتبر النقط التالية : $A(1,1,2)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(1,2,1)$ ، $D(0,3,0)$.

0.5 — 1) بين أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ تشكل مستوي.

2) ليكن المستوي $(P)$ ذو المعادلة : $2x - y - z + 1 = 0$.

0.5 — أ- بين أن المستوي $(P)$ هو نفسه المستوي $(ABC)$.

0.5 — ب- أحسب المسافة بين النقطة $D$ و المستوي $(P)$.

3) ليكن المستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل $D$ ويعامد المستوي $(P)$.

0.5 — أ-أعطي تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$.

0.5 — ب- عين إحداثيات $H$ نقطة تقاطع $(\Delta)$ و $(P)$.

0.5 — ج- إستنتج طريقة أخرى لحساب المسافة بين $D$ و المستوي $(P)$.

4) ليكن $m$ عدد حقيقي، و لتكن مجموعة النقط $(S_m)$ المعرفة كما يلي :
$(S_m) : x^2 + y^2 + z^2 - 2m(2x - y - z) - 6y + 6m(m-1) = 0$

0.5 — أ- لما $m = 0$ : عين مجموعة النقط $(S_0)$.

1 — ب- بين أن مجموعة النقط $(S_m)$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها $\Omega_m$ ونصف قطرها $r$.

0.5 — ج- ماهي مجموعة النقط $\Omega_m$ لما $m$ يمسح $\mathbb{R}$ ؟

1 — د- عين مجموعة نقط تقاطع $(S_0)$ و $(P)$.

| | |
|---|---|
| | **التمرين 4 ( 6 ن )** |
| | ⋆ **الجزء الأول** |
| | لتكن $u$ الدالة العددية للمتغير الحقيققي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $u(x) = 2x^3 - 1 + 2ln\|x\|$. |
| 1.5 | 1) أدرس إتجاه تغيرات الدالة $u$ ، مع تعيين القيمة الحدية . |
| 0.5 | 2) بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]\frac{1}{2}, 1[$. |
| 0.5 | 3) إستنتج إشارة $u(x)$ على $\mathbb{R}^*$. |
| | ⋆ **الجزء الثاني** |
| | لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - \frac{ln\|x\|}{x^2}$. |
| | $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$. |
| 1 | 1) أدرس تغيرات الدالة $f$. |
| 0.5 | 2) بين أن : $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{1}{2\alpha^2}$. |
| 2 | 3) أعطي حصرا ل $f(\alpha)$ ، ثم أرسم $(\mathcal{C}_f)$. |
| | ⋆ **الجزء الثالث (إضافي)** |
| | من أجل $x \in \mathbb{R}^*$ نضع النقطة $M(x, y)$ من المنحني $(\mathcal{C}_f)$, و $N(x', y')$ نظيرتها بالنسبة لمحور التراتيب |
| | أ- أوجد علاقة بين الثنائية $(x, y)$ و الثنائية $(x', y')$. |
| | ب- إستنتج أن معادلة المنحني الذي تنتمي إليه $N$ لما $M$ تمسح $(\mathcal{C}_f)$ هي $y = -2x - \frac{\ln\|x\|}{x^2}$. |

**بالتوفيق إن شاء الله**