

بكالوريا تجريبي دورة ماي 2022 شعبة تسيير واقتصاد  
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول:التمرين الأول: 6ن

$$(1) (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ } : u_0 = 6 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 4$

(ب) بين المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما على  $N$

(ت) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ، ثم عين نهايتها

$$(2) \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ كما يلي : } v_n = \ln(u_n - 4)$$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب بدلالة  $n$  عبارة  $v_n$  ، ثم استنتج عبارة  $u_n$

(ت) عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي  $n$  الذي يحقق :  $u_n < 4 + 2 \times 10^{-4}$

$$(ث) \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموعين : } S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n, S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

التمرين الثاني: 4ن

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطي كما يلي

	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
		$+\infty$	$+\infty$
	$-2$		$2$

أجب على الأسئلة التالية :

1- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل 3 مستقيمات مقاربة يطلب تعيين معادلة لكل منهما

2- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]-\infty; -1[$

3- عين حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x)$

4- استنتج مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) > 0$

- اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

الرقم	السؤال	الإجابة (أ)	الإجابة (ب)	الإجابة (ج)
01	مجموعة حلول المعادلة $\ln(1-x) = 3$ هي :	$S = \{-1, \ln 2\}$	$S = \{e^3 - 1\}$	$S = \{1 - e^3\}$
02	$f$ دالة معرفة على $\square$ بـ : $f(x) = 3x^2 - 2x$ - القيمة المتوسطة $m$ للدالة $f$ على المجال $[1, 2]$ هي :	$m = 0$	$m = 4$	$m = -4$
03	$f$ دالة معرفة على $D = [0, 3]$ ، حيث : من أجل كل $x$ من $D$ : $x^2 - 1 \leq f(x) \leq x^2$ ليكن التكامل : $A = \int_0^3 f(x) dx$	$6 \leq A \leq 9$	$-9 \leq A \leq -6$	$3 \leq A \leq 6$
04	تبسيط العبارة : $B = \ln(\sqrt{2} + 1)^{100} + \ln(\sqrt{2} - 1)^{100}$	$B = 1$	$B = 0$	$B = 100$

التمرين الرابع: 6

i. نعتبر الدالة  $g$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

الممثل للدالة  $g$  في معلم متعامد و متجانس . بقراءة بيانية ودون تبرير:

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $g(1)$

2) إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

ii. لتكن  $f$  الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس ( $O ; \vec{i}, \vec{j}$ ) الوحدة  $2cm$ .

1) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  لدينا:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ . استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

2) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ، فسر هذه النتيجة بيانياً.

3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . (نقبل أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ )

4) ليكن ( $d$ ) المستقيم الذي معادلته  $y = x$  ، احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ثم فسر النتيجة بيانياً.

5) أنشئ جدول تغيرات الدالة  $f$ .

6) أنشئ المستقيم ( $d$ ) والمنحنى ( $C_f$ ).

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول: 6ن

في كل ما يلي اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل .  
(1)  $n$  عدد صحيح . العدد  $\ln(16^n) - \ln(2^{n+1})$  يساوي \_\_\_\_\_

(أ)  $(3n-1)\ln 2$  (ب)  $(4n-1)\ln 2$  (ج)  $(2n+1)\ln 2$

(2) قيمة التكامل  $I$  حيث  $I = \int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$  هي :

(أ)  $\frac{4}{15}$  (ب)  $\frac{15}{4}$  (ج)  $\frac{3}{4}$

(3) مجموعة حلول المعادلة  $2\ln(x) = \ln(5x-6)$  في  $\mathbb{R}$  هي المجموعة  $S$  حيث :

(أ)  $S = \{2; 3\}$  (ب)  $S = \{2; -3\}$  (ج)  $S = \emptyset$

(4) الدالة المشتقة للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = 2x + 1 - \ln(x^2 + 1)$  معرفة بـ :

(أ)  $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{x^2 + 1}$  (ب)  $f'(x) = \frac{2(x^2 - x + 1)}{x^2 + 1}$  (ج)  $f'(x) = 2x - \frac{2x}{x^2 + 1}$

(5) القيمة المتوسطة على المجال  $[-1; 2]$  للدالة  $g$  المعرفة بالعلاقة  $g(x) = (2x+1)^4$  ، هي :

(أ)  $\frac{521}{5}$  (ب)  $-\frac{521}{5}$  (ج)  $0$

(6) الدالة الأصلية على المجال  $]-1; +\infty[$  للدالة  $h$  المعرفة بـ  $h(x) = \frac{-2}{x+1}$  والتي تنعدم عند  $0$  هي الدالة  $H$  المعرفة بـ :

(أ)  $H(x) = -2\ln(x+1)$  (ب)  $H(x) = 2\ln(x+1) + 2$  (ج)  $H(x) = (x+1)^2 + \ln x$

### التمرين الثاني: 5ن

( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$  .

(أ) أحسب:  $u_1, u_2, u_3$  .

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن  $u_n < 2$  .

(ج) بين أن المتتالية ( $u_n$ ) متزايدة تماما واستنتج أنها متقاربة .

(2) ( $v_n$ ) متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $v_n = u_n - 2$  .

(أ) أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_0$  .

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$  .

(ج) ما هي نهاية المتتالية ( $u_n$ ) ؟

(د) أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 4\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$$

ليكن  $P(x) = 2x^2 - 5x + 2$  كثير حدود حيث :

(1 أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$

(ب) استنتج في المجال  $]0; +\infty[$  حلول المعادلة:  $2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 = 0$

(2) استنتج في  $\mathbb{R}$  حلول المعادلة:  $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

التمرين الرابع:6

(1) نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$ ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$ ، حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه .

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x))$ .

(3 أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$ .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل ، يطلب تعيين معادلتيهما.

(5) أكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1.

(6) أنشئ  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

(7 أ) عين الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  و التي تحقق:  $F(2) = -10$ .

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x=1$  و  $x=2$ .