

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى: السنة الثالثة

مديرية التربية لولاية بجاية

الشعبة: تسيير واقتصاد

السنة الدراسية: 2021_2022

المدة: ساعتان

ثانوية الشهداء السبعة بوعيفل - سيدي عيش-

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

ملاحظة مهمة: أجب على التمرين الأول إجباريا، ثم اختر أحد التمرين الثاني أو الثالث و أجب عليه
التمرين الأول: (10 نقاط)

(I) أذكر ان كانت الجملة التالية صحيحة أو خاطئة مع التبرير في كل حالة:

(1) مجموعة حلول المعادلة: $2\ln(x) - \ln(5x - 6) = 0$ في \mathbb{R} هي: $S = \{2; 3\}$

(2) مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$ هي: $s = [-2; 1]$

(3) القيمة المتوسطة للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 3x$ على المجال $[0; 2]$ تساوي: 0

(4) العدد $A = \int_1^3 \frac{2x}{x^3} dx$ يساوي: $\frac{4}{3}$

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} \text{ و } (C) \text{ تمثيلها البياني}$$

في الشكل المقابل

(1) بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $\alpha \in]0, 5; 1[$

ب- شكل جدول اشارة الدالة f .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .

د- جد الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة

للمستقيم (D)

ه- أكتب معادلة للمستقيم (D) .

(2) باستعمال عبارة الدالة f :

أ) بين أن النقطة $A(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

ب) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $g(x) = \frac{|x|^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$

• بين أن الدالة g زوجية. ماذا تستنتج؟

• اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى الممثل للدالة g انطلاقا من (C) ، ثم انشئه.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -2x^2 + 2 - \ln(x)$

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أحسب $g(1)$ ، و استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-1 + \ln x}{x} - 2x + 4$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . **الصفحة 1 من 2**

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانياً.
- (2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -2x + 4$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.
- (3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) . (يعطى: حل المعادلة: $\ln x = 1$ هو $x = e \approx 2,7$)
- (4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
- (5) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين بالضبط α و β حيث: $\alpha \in]0,4;0,6[$ و $\beta \in]1,8;2[$.
- (6) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) عند النقطة ذات الفاصلة (1) موازياً لمحور الفواصل، ثم أكتب معادلته.
- (7) أرسم (Δ) ، (C_f) و (T) .
- (8) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = -\ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x^2 + 4x$
- أ- بين أن الدالة F دالة أصلية لـ f على المجال $]0;+\infty[$.
- ب- أحسب بـ cm^2 المساحة A : للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمين ذوالمعادلتين: $x = 1$ و $x = \frac{3}{2}$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = x^4 - 4x - 3$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $4(x^3 - 1) = 4(x - 1)(x^2 + x + 1)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين بالضبط α و β حيث: $-0,7 < \alpha < -0,69$ و $1,78 < \beta < 1,79$.
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2 - أ) عين الأعداد الحقيقية: a ، b ، c حيث من أجل $x \neq 1$: $f(x) = ax + \frac{bx + c}{x^3 - 1}$.

- (ب) أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل.

- (ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$: $f(x) - x = \frac{x + 1}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$

- (د) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

(3 - أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{x^2 \cdot g(x)}{(x^3 - 1)^2}$

- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

(5) أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \approx -0,9$ و $f(\beta) \approx 3,3$)

(6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \frac{x^4 + 1}{|x^3 - 1|}$

(أ) بين أن: $h(x) = f(x)$ من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$.

و أن $h(x) = -f(x)$ من أجل كل x من المجال $] -\infty; 1[$.

(ب) اشرح كيف يتم رسم المنحنى الممثل للدالة h إنطلاقاً من المنحنى (C_f) ، ثم انشئه في المعلم السابق.