**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**امتحان شهادة بكالوريا التجريبية التعليم الثانوي**

**الشعبة : رياضيات**

**اختبار في مادة: الرياضيات** **المدة : 04ساعات و 30 د**

---

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## الموضوع الأول

### تمرين1:

1- $p(z)$ كثير حدود حيث : $p(z)=z^4+6z^3+30z^2+48z+40$ حيث $z$ عدد مركب

- بين أنه من أجل كل عدد مركب $z$ لدينا: $p(z)=(z+1-i)g(z)$ حيث $g(z)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

- تحقق ان $g(-1-i)=0$ ثم حل في $C$ المعادلة $p(z)=0$

2 - نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط :

$A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ صور الاعداد المركبة : $-2+4i$ ، $-2-4i$ ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

- اكتب العدد المركب $z$ حيث $z=z_A+z_D+1$ على شكله المثلثي ثم الاسي

-احسب $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{2011}$

-عين مجموعة الاعداد الطبيعية $n$ حتى يكون العدد $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ عددا حقيقيا

-عين مجموعة النقط $M$ صور العدد المركب $z$ حيث: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in Z$

-عين العدد المركب $Z_F$ لاحقة النقطة $F$ حيث : $\frac{Z_F-Z_C}{Z_F-Z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث $AFC$

-عين مجموعة النقط $M$ من المستوي صور العدد المركب $Z$ حيث: $Z=Z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k\in R_+$

### تمرين2:

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(1,1,0)$ ، $B(1,2,1)$ ، $C(3,-1,2)$

1-أ- بين أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ليست على استقامية .

ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(2,1,-1)$ عمودي على المستوي $(ABC)$ ثم استنتج معادلة $(ABC)$

2- نعتبر المستويين $(p_1)$ و $(p_2)$ معادلتهما : $x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z=5$ على الترتيب.

- بين أن $(p_1)$ ، $(p_2)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$.

3- بين ان تفاطع المستويات $(ABC)$، $(p_1)$، $(p_2)$ هي نقطة يطلب تعيين احداثياتها

4-عين المسافة بين النقطة $A$ والمستقيم $(\Delta)$.

## تمرين 3:

1- عين الاعداد الصحيحة $x$ **التي تحقق:** $x^2-x+6\equiv 0[9]$

2- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي $n$ باقي القسمة الاقليدية للعدد $7^n$ **على** 9 ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ **أن :** $7^{2n}\equiv 4^n[9]$

3- استنتج تبعا لقيم $n$ الطبيعية باقي القسمة الاقليدية للعدد $4^n$ **على** 9

4- ماهو باقي قسمة العدد $5^{2010}+25^{2011}$ **على** 9

5- عين الاعداد الطبيعية $n$ التي يكون من أجلها العدد $7^{2n}-7^n+6$ **مضعف للعدد** 9

عين الثنائيات الطبيعية $(x,y)$ بحيث : $7^x+4^y\equiv 2[9]$

## تمرين4:

I) نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ **والمعرفة على** $]-1,+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$$

1- ادرس تغيرات $g$

2- **احسب** $g(0)$ **ثم استنتج إشارة** $g(x)$ حسب قيم $x$ **من** $]-1,+\infty[$ .

II) $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ **والمعرفة على المجال** $]-1,+\infty[$ **بـ :** $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن $(c_f)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- **احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$

2- بين أن من أجل كل $x$ **من** $D_f$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

- شكل جدول تغيرات $f$

3- بين **أن المنحنى** $(c_f)$ يقبل مماسا $(T)$ معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلته

4- **احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ماذا تستنتج بيانيا

5- $(\Delta)$ مستقيم معادلته $y=x$ .ادرس وضعية $(c_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

6- **ارسم** $(\Delta)$، $(T)$ **و** $(c_f)$

7- $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما. احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز **المستوي المحدد بالمنحنى** $(c_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x$ ، $y=0$ **و** $x=0$ .

8- $m$ وسيط حقيقي . ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ **عدد حلول المعادلة :**

$$m(x+1)+\ln(x+1)=0$$

# الموضوع الثاني

**تمرين1 :** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]-\infty,6[$ بـ: $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـ: $\begin{cases}u_0=-3\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$

1-أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$ والمنحنى $(c_f)$ الممثل للدالة $f$ على المجال $]-\infty,6[$

ب- باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ .

جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير $(u_n)$ وتقاربها.

2-أ- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \prec 3$

ب- استنتج اتجاه تغير $(u_n)$ . هل $(u_n)$ متقاربة ؟ التبرير

3- نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $N$ كمايلي: $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$

أ- برهن أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تحديد أساسها $r$ وحدها الاول $v_0$

ب- اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$

جـ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ .

ه- احسب المجموعين: $s_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $s'_n=v_0.u_0+v_1.u_1+.....+v_n.u_n$.

**تمرين2:**

1- نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $C$ المعادلة :

$(E).....z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0$

أ-برهن ان العدد $i$ حل للمعادلة

ب-عين الاعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ بحيث من أجل كل عدد مركب $z$ لدينا:

$z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(az^2+bz+c)$

جـ- حل في $C$ المعادلة $(E)$

2- نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ النقط: $A$ ، $B$ و $C$ لواحقها $i$ , $2+3i$ , $2-3i$ على الترتيب .

أ- ليكن $r$ الدوران الذي مركزه النقطة $B$ وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$ , عين لاحقة النقطة $A'$ صورة $A$ بالدوران $r$ .

ب- برهن ان النقط $A'$ , $B$ , $C$ على استقامية ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو المركز $B$ والذي يحول $C$ الى $A'$ .

## تمرين3:

1- بين ان العدد 409 أولي ثم استنتج أن 409 و 1207 أوليان فيمابينهما
2- لتكن المعادلة : $409x-1207y=20$ ..... $(1)$ $x$ و $y$ مجهولان من $N$
- بين أن الثنائية $(1210,410)$ حلا للمعادلة $(1)$
- استنتج في $N\times N$ مجموعة حلول المعادلة $(1)$

3 – عين العدد الطبيعي $n$ الذي يكتب $\overline{020}^{\sim}$ في نظام التعداد ذي الاساس 5 ويكتب $\overline{50}^{\sim}$ في نظام التعداد ذي الاساس6 حيث $\sim$ و $\sim$ عددان طبيعيان.

## تمرين4:

I) $g$ دالة عددية معرفة على $R$ كمايلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- ادرس تغيرات الدالة $g$
2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ في المجال $]-0,38,-0,37[$
3- ادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من $R$.

II) $f$ دالة عددية معرفة على $R$ كمايلي: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ و $(c_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$ .

1- ادرس تغيرات $f$
2- بين أن المستقيم $(d)$ ذي المعادلة $y=2x+1$ مقارب للمنحنى عند $+\infty$
3- ادرس وضعية $(c_f)$ بالنسبة للمستقيم $(d)$
4- بين أن $(c_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها
5- بين أن $f(\sim)=\dfrac{2\sim^2+\sim-1}{\sim-1}$
6- ارسم $(d)$ و $(c_f)$ ناخذ $\sim=-0,375$
7-احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(c_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات $y=2x+1$ $x=0$ و $x=2$

III) $(\Delta)$ مستقيم معادلته $y=2x+$ حيث عدد حقيقي .

1- عين حتى يكون $(\Delta)$ مماسا للمنحنى $(c_f)$ عند نقطة يطلب تعيين احداثيتها

2- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة : $\dfrac{x}{e^x}+1-=0$