



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

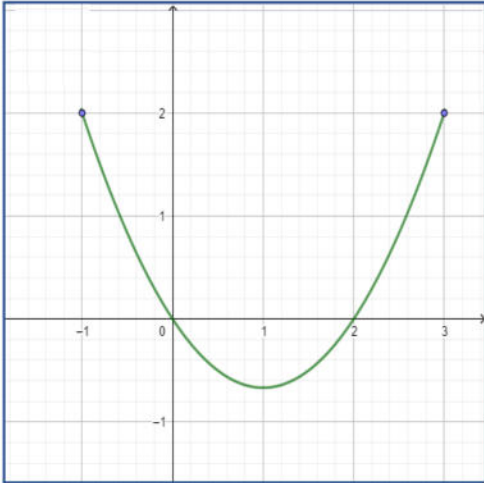
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

- 1- أحسب الحدود  $u_1$ ,  $u_2$  و  $u_3$
- 2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $u_n < 4$
- 3- عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ , ثم بين أنها متقاربة.
- 4- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 4$ 
  - أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
  - ب- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  - ج- أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
  - د- أحسب المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)



- الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[-1; 3]$  بتمثيلها البياني (C)
- 1) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1; 1]$ :  $f'(x) > 0$
  - 2) الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  متزايدة على المجال  $[1; 3]$
  - 3) المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين
  - 4)  $f'(1) = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير.

1) الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$

الدالة الأصلية لـ  $f$  على  $\mathbb{R}$  التي تنعدم من أجل  $x = 1$  هي الدالة  $F$  حيث:

أ)  $F(x) = x^3 - x^2$       ب)  $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2$       ج)  $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + \frac{8}{9}$

- (2) مشتقة الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x - x^2 \ln x$  هي :  
 أ)  $g'(x) = 1 - 2x \ln x - x$  (ب)  $g'(x) = 1 - 2x \ln x$  (ج)  $g'(x) = 1 - 2x \ln x + x$   
 (3) حل المعادلة  $\ln(x+1) = 2$  في  $\mathbb{R}$  هو :  
 أ)  $e^2 + 1$  (ب)  $e^2 - 1$  (ج)  $1 - e^{-2}$   
 (4) العدد  $\ln(4^n) - \ln(2^{n-1})$  يساوي :  
 أ)  $(n+1)\ln 2$  (ب)  $(2n+1)\ln 2$  (ج)  $(n-1)\ln 2$

### التمرين الرابع: (08 نقاط)

- لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$  ,  $(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .
- 1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسر النتيجةين هندسياً.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  ,  $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$
- 3- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
- 4- أ) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة  $f(x) = 2$  ثم استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = 2$   
 ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم  $(\Delta)$  .
- 5- أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

6- لتكن الدالة العددية  $H$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $H(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بين أن  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  حيث :  $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$

ب) أحسب بـ  $cm^2$  المساحة  $A$  للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها  $y = 2$  ،

$$x = e \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{e}$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بـ:  $u_0 = \alpha$  ( $\alpha$  عدد حقيقي) , ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$

(1) نفرض أن:  $\alpha = -4$

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = -4$

(2) نفرض أن:  $\alpha \neq -4$

نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n + 4$

(أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{3}{4}$ .

(ب) أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ثم بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

(ت) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

-أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$f$  دالة عددية معرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$ ,  $(C_f)$  تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى بالشكل

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	$2$	$+\infty$	$2$

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) المستقيم الذي معادلته  $y = 2$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$

(2) المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا .

(3) النقطة  $A(-3;1)$  تنتمي الى المنحنى  $(C_f)$  .

(4) الدالة  $F$  الدالة الأصلية للدالة  $f$  دالة متزايدة تماما على مجموعة تعريفها .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير

1- القيمة المتوسطة للدالة  $f$  على المجال  $[0;1]$  والمعرفة كمايلي:  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$  هي:

(أ)  $\frac{1}{9}$  (ب)  $-\frac{8}{9}$  (ج)  $\frac{8}{9}$

2- الدالة الأصلية للدالة  $h$  حيث:  $h(x) = e^{2x+3}$  على  $\mathbb{R}$  والتي تنعدم من أجل القيمة 1- هي الدالة  $H$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

(أ)  $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$  (ب)  $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x+3} + \frac{e}{2}$  (ج)  $H(x) = -\frac{1}{2}e^{2x+3} - \frac{e}{2}$

3- حل المعادلة  $e^{x+2}e^{2x-3} = 5$  يساوي:

(أ)  $\frac{1-\ln 5}{3}$  (ب)  $\frac{1+\ln 5}{3}$  (ج)  $\frac{-1-\ln 5}{3}$

4-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2+\ln x}$  هي: (أ)  $+\infty$  (ب)  $-\infty$  (ج) 0

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = x^3 + 6x - 4$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0.6; 0.7[$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2}$ , المنحني الممثل للدالة  $f$  في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) - أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(2) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$

(3) - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ- أثبت أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته  $y = x$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$ .

ب- أدرس وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$ .

(5) - أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ .

(6) - بين أن المنحني  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  حيث:  $x_0 \in ]-1.3; -1.2[$

(7) - أنشئ المنحني  $(C_f)$ ,  $(T)$  و  $(\Delta)$ .

III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $h(x) = f(|x|)$

أ- بين أن الدالة  $h$  زوجية

ب- اشرح كيفية انشاء منحني الدالة  $h$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أنشئه.