الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ام البواقي

امتحان التجريبي لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي — ثانوية معنصر اونيس-عين كرشة

الشعبة : 3 علوم تجريبية — دورة مـــــــاي 2016

امتحان في مادة :الرياضيات — المدة : 3ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمريـــن الاول : (04 نقاط)

نعتبرفي الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

النقطة $A(1,-1,3)$ و ليكن (P)المستوى ذو المعادلة : $x-y+3z=0$

1. أ- تحقق من أن : $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ ،$t\in R$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب . حدد معادلة ديكارتية للمستوي(Q) العمودي على المستقيم (OA)في النقطة A

جــ. تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر سطح الكرة(S) المماسة للمستوى (Q)في النقطة A و التي يقطعها المستوى (P)

وفق الدائرة (c) التي مركزها O و نصف قطرها $r=\sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a\,,b\,,c)$ مركز سطح الكرة (S)ينتمي الى(OA) ثم استنتج ان $b=-a$ و $c=3a$

ب. بين ان : $\omega A^2-\omega O^2=33$ ثم استنتج ان $a-b+3c=-11$

جــ. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم بين أن نصف قطرها $R=2\sqrt{11}$

التمريـــن الثاني :(04.5 نقاط)

ليكن $p(z)$كثير حدود المعرف من اجل كل عدد مركب z :

1 أ. احسب $p(1)$

ب. عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث : $p(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ثم حل في $\mathbb{C}$المعادلة $p(z)=0$

2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o\,,\vec{u}\,,\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C

صور الاعداد المركبة :$z_A=1$ ، $z_B=1+\sqrt{3}-i$ ، $z_c=\overline{z_B}$ على الترتيب .

أ. أكتب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب. نعتبر النقطة ω صورة العدد $\frac{2\sqrt{3}}{3}+1$ بين أن ω مركز الدائرة(c) المحيطة بالمثلث ABC .

ج. حدد (E)مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $\left|\frac{Z_C-Z}{Z_B-Z}\right|=1$

د. أحسب $\cos\theta$ حيث $\theta=\left(\overrightarrow{\omega A}\,,\overrightarrow{\omega B}\right)$

و. استنتج في المستوى المركب عبارة الدوران R الذى مركزه ω و يحول Aالى B

هــ. عين (c')صورة (c) بالتحويل R

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

1 أحسب u_1 ، u_2 ، u_3

2 أ. بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $u_n \geq 0$

ب.استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$: $u_n \geq n - 3$

جـ. استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

أ • احسب v_0 ، v_1

ب • بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها.

جـ • استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$.

د • بين أن المتتالية (u_n) متباعدة .

3 – احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الرابع : (07.5 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x(1 + \ln 2 - \ln x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 2 - x - x\ln x$ و $f(0) = 2$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1.أ- احسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ ، ثم استنتج أن f مستمرة عند 0 عن اليمين .

ب- أحسب : $\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - 2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أ. أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عن $+\infty$.

ب.احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ ثم أدرس اشارته .

جـ. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3 أ. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 2 .

ب.استنتج الوضع النسبي للمنحنى (c_f) و المستقيم (Δ).

4 انشئ (Δ) والمنحنى (c_f) .

5 نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 \ln x$

أ. احسب $h'(x)$ مشتق الدالة h

ب. استنتج دالة اصلية على المجال $]0, +\infty[$ للدالة $x \to x\ln x + \frac{x}{2}$.

جـ. α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$. احسب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمات التى معادلتها $y = 0$، $x = \alpha$ ، $x = 1$

د. أحسب $\lim_{\alpha \to 0} A(\alpha)$ أعط تفسيرا لهذه النتيجة .

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (03.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{\iota},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ ، نعتبرالنقط :

$C(7,1,-3)$ ، $A(3,0,0)$ ، $A(-1,0,3)$

و ليكن (S)مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$

1.أ- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا .

ب . بين أن $\vec{n}(-1,0,3)$ شعاع ناظمي للمستوى (ABC)

جـــ. استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2. بين أن المجموعة (S)هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها .

3. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)الذي يشمل النقطة Ω و يعامد (ABC) .

4.بين ان المستقيم (Δ) يقطع سطح كرة(S) في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما .

التمرين الثاني :(05 نقاط) :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التى لاحقاتها $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_c=\overline{z_B}$ على الترتيب .

I. 1- أ. أكتب z_B ، z_c على الشكل الاسي

ب. علم النقط A ، B ، C

2- عين طبيعة الرباعي $OBAC$

3- لتكن (D)مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $|z|=|z-2|$ عين و ارسم المجموعة (D)

II- f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z\neq z_A$ ،النقطة $M`$ ذات اللاحقة $z`$ حيث : $z`=\frac{-4}{z-2}$

1. أ- حل في $\mathbb{C}$المعادلة : $z`=z$

ب- استنتج صورتي النقطتين B ، C بواسطة التحويل f .

جـــ- لتكن G مركز ثقل المثلث OAB. عين لاحقة النقطة $G`$ صورة النقطة G بواسطة التحويل f

2.أثبت أن : $|z`-2|=\frac{2|z|}{|z-2|}$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (D) ، فان النقطة $M`$ تمسح دائرة (T)يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها ، ارسم الدائرة (T) .

التمرين الثالث : (03.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على Nكما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2-U_n}$

1 أ. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 (أكتب النتائج على شكل كسرغير قابل للاختزال)

ب. بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{n}{n+1}$

2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة N^* بــ : $v_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ • أثبت أن : $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$

ب • بين انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2+2n}\right)$

جــ • استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

3 – احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ ، ثم عين نهاية S_n

التمرين الرابع : (08 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

I– نعتبر الدالة g المعرفة على R بــ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1.بين أنه من اجل كل x من R : $g`(x) = 4(2x+1)e^{2x}$.

2.بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

3. استنتج حسب قيم x من R : $g(x) > 0$

II– نعتبر الدالة f المعرفة على R بــ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ و $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1.أ– احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب– بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2– أ. بين أنه من اجل كل x من R : $f`(x) = g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3–أ. بين أن المستقيم(Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f)و المستقيم (Δ).

4–أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 0 .

ب.بين ان المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.

جــ. انشئ (T) و (Δ)والمنحنى (c_f) .

5– أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة ، اثبت أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}\,dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب.لتكن A المساحة (بالسنتيمتر المربع) للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (c_f)و المستقيم (T)و المستقيمين

اللذين معادلتاهما ، $x = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$

– بين أن : $A = (6 - 2e)cm^2$