الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — المقاطعة الثانية لولاية البويرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة: ماي **2017**

الشعب: آداب و فلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **02** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 نقاط)

– عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات المقدمة مع التبرير:

1) الأعداد : $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ تمثل حدودا متتابعة من متتالية :

a) حسابية　　b) هندسية　　c) لاحسابية ولا هندسية

2) الحد الذي يساوي 2017 من المتتالية (u_n) المعرفة على IN^* بحدها العام $u_n = 2n-3$، رتبته هي :

a) 4031　　b) 1010　　c) 4028

3) عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (v_n)، التي حدها الأول $v_0 = 2$ و أساسها $q = -\frac{3}{2}$:

a) $v_n = (-\frac{3}{2})(2)^n$　　b) $v_n = 2(-\frac{3}{2})^n$　　c) $v_n = -2(\frac{3}{2})^n$

4) إذا كانت المتتالية (u_n) ثابتة حيث $u_1 = a$ (مع $a \neq 0$)، فإن المجموع $S=u_1+u_2+\ldots+u_{100}$ هو:

a) $S=a$　　b) $S = \frac{1-a^{100}}{1-a}$　　c) $S=100a$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $7 \times 10^{2017} + 5 \times 10^{1438}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بتردد 3.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (f' : الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحني الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.
6. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2(1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. العددان 2017 و 1438 متوافقان بتردید 6
2. إذا كان a عددا صحيحا يحقق $a \equiv -4[5]$ فإن باقي قسمة العدد a^{704} على 5 هو 1.
3. إذا كان a وb عددين صحيحين يحققان: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن العدد $a+2b$ مضاعف للعدد7
4. عدد جميع القواسم الصحيحة للعدد 126 هو 16.
5. إذا كان احتمال حادثة بسيطة A هو $P(A)=\frac{3}{4}$ فإن احتمال الحادثة العكسية لها هو $P(\overline{A}) = \frac{4}{3}$
6. عند رمي حجر نرد متوازن ذي ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 فاحتمال ظهور رقم فردي على الوجه هو $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

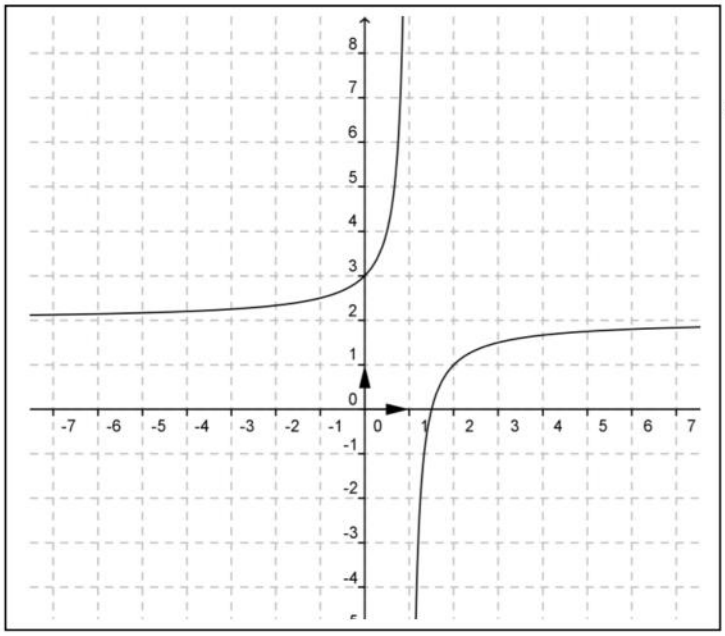
في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية البويرة 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بـ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2.
2. أوجد علاقة بين v_{n+1} و v_n.
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة ناطقة معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)



1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f.
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني (Cf).
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 3$ ، $f(x) = 1$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x) > 3$.

3as.ency-education.com

نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعبارة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
7. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
8. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
9. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيههما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

تصحيح الموضوع الأول باكالوريا تجريبي شعبة أداب، المقاطعة الثانية لولاية بويرة

التمرين الأول			
السؤال	الإجابة	التبرير المقترح	العلامة
1	a	الوسط الحسابي $2\left(\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{1}{4}+\frac{3}{4}$	1 ;5
2	b	$u_n = 2017$ معناه: $2n-3=2017$ أي $2n = 2020$ إذن $n=1010$	1 ;5
3	b	$v_n = v_0 q^n = 2(-\frac{3}{2})^n$	1 ;5
4	c	$S= 100a$	1 ;5
التمرين الثاني			
1		باقي قسمة 100 على 3 هو 1 لأن $100 = 33(3)+1$	1
2		لدينا: $10 \equiv 1[3]$ اذن $10^n \equiv 1^n[3]$ أي: $10^n \equiv 1[3]$ ومنه $10^n - 1 \equiv 0[3]$	1
3		$a^7 \equiv 1[3]$ ومنه $4a^7 \equiv 4[3]$ إذن : $4a^7 - 6 \equiv 4 - 6[3]$ أي $4a^7 - 6 \equiv -2[3]$ وبالتالي $4a^7 - 6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3 هو 1	1
4		لدينا: $10^n \equiv 1[3]$ إذن: $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ ، إذن: $(7)10^{2017} \equiv 7[3]$ و $(5)10^{1438} \equiv 5[3]$ إذن: $(7)10^{2017}+(5)10^{1438} \equiv 12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(7)10^{2017}+(5)101438$ مضاعف للعدد 3	1 ;5
5		يكون العددان متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ إذن $n-2 \equiv 1[3]$ أي: $n \equiv 0[3]$. وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k$; $k \in Z$	1 ;5

التمرين الثالث		
1	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^3 = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^3 = -\infty$	1
2	$f'(x) = -3x^2-6x = -3x(x+2)$	0 ;5
3	إشارة المشتقة: $f'(x) = 0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$ جدول تغيرات f: x: $-\infty$; -2 ; 0 ; $+\infty$ — $f'(x)$: $-$; 0 ; $+$; 0 ; $-$ — $f(x)$: $+\infty$ ↘ 0 ↗ 4 ↘ $-\infty$	1 ;5
4	احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x)=0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1 ;2)$	1
5	معادلة المماس: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نجد: $y=3x+5$: (Δ)	1
6	$(x+2)^2(1-x)=(x^2+4x+4)(1-x)=x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x = -x^3-3x^2+4= f(x)$	0 ;5
	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ نجد $x=-2$ أو $x=1$. إذن النقطتان: $B(1 ;0)$; $C(-2 ;0)$	1
	نقط التقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0 ;4)$	0 ;5
7	الرسم	1

تصحيح الموضوع الثاني:

التمرين الأول			
السؤال	الجواب	التبرير	العلامة
1	خطأ	$2017-1438 = 579$ وهذا العدد لا يقبل القسمة على 6	1
2		$a \equiv -4[5]$ يعني $a \equiv 1[5]$ إذن: $a^{704} \equiv 1[5]$ ومنه $a^{704} \equiv 1[5]$	1
3	صحيح	$a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن $2b \equiv -2[7]$ ومنه $a + 2b \equiv 0[7]$ فالعدد $a+2b$ مضاعف للعدد7	1
4	خطأ	$2*3^2*7 = 126$. عدد القواسم الصحيحة الموجبة هو 12=(2)(3)(2) ، أي 24 قاسم صحيح	1
5	حطأ	$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	1
6	خطأ	مجموعة النتائج الممكنة: {6; 5; 4; 3; 2; 1} أذا اعتبرنا الحادثة A: ظهور عدد فردي: $A= \{5; 3; 1\}$ فإن: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	1
التمرين الثاني			
1		$v_0 = 7500$ و $v_1 = v_0 + 0,02v_0 = 7500+0,02(7500) = 7650$ $v_2= v_1 + 0,02v_1 = 7650+0,02(7650) = 7803$	1 ;5
2		$v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = v_n (1+0 ;02) = (1 ;02) v_n$	1
3		$v_{n+1} = 1 ;02\ v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 02; 1	0 ;5
4		$v_n = v_0(1 ;02)^n = 7500\ (1 ;02)^n$	1 ;5
5		عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : $n = 2020-2005 =15$ $u_{15} = 7500\ (1 ;02)^{15} = 10094$	1 ;5
التمرين الثالث			
1		$\lim_{x\to+\infty} f(x)= 2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)= 2$ $\lim_{x\geq 1} f(x)= -\infty$ $\lim_{x<1} f(x)= +\infty$	1
2		معادلات المستقيمات المقاربة: $y = 2$ ، $x = 1$	1
3		اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]-\infty;1[$ وعلى $]1;+\infty[$ x: $-\infty$; 1 ; $+\infty$ $f(x)$: 2 ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ 2	1
4		حلول المعادلة $f(x) = 3$ هي {0} . حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي {2}	1
5		حلول المتراجحة $f(x) >3$ هي $]1; 0[$	1
6		$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$	1
7		$\lim_{x\to+\infty} f(x)= 2$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)= 2$ $\lim_{x\geq 1} f(x)= -\infty$ $\lim_{x<1} f(x)= +\infty$	1
8		موجبة دوما لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماما	1

9	إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$ $x^2-2x=0$ أي $x(x-2) = 0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$	1

الرسم