



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول (06 نقاط):

من بين الإجابات الثلاثة المقترحة، اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير

(1) النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \ln \left( \frac{x+2}{x^2 - 4x + 5} \right) \right)$  تساوي:

- (أ) 1 (ب)  $+\infty$  (ج)  $-\infty$

(2) قيمة التكامل  $\int_2^4 \frac{2x}{(x^2 - 1)^2} dx$  تساوي:

- (أ)  $\frac{4}{15}$  (ب)  $\frac{15}{4}$  (ج)  $\frac{1}{4}$

(3) حلول المعادلة  $3 \ln x - \ln 2x = \ln(3x - 4)$  :

- (أ)  $S = \{-2, 1\}$  (ب) لا تقبل حلولاً في  $\mathbb{R}$  (ج)  $S = \{2, 4\}$

(4) حلول المعادلة  $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$

- (أ)  $S = \{-2, 1\}$  (ب)  $S = \{0; \ln 3\}$  (ج)  $S = \{-4; \ln 2\}$

(5) الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  ب:  $g(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية  $G$  على  $]0, +\infty[$  والتي تنعدم من أجل  $x = 1$  هي:

(أ)  $G(x) = x^2 + x - \frac{1}{x}$  (ب)  $G(x) = x^2 + x - 1 - \frac{1}{x}$  (ج)  $G(x) = x^2 + x + \frac{1}{x} - 3$

(6)  $c$  عدد حقيقي، الأعداد  $c, c+2, c+6$  بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

- (أ)  $c = 2$  (ب)  $c = -2$  (ج)  $c = 4$

التمرين الثاني (6 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يلي:  $u_0 = \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ 4u_{n+1} = u_n + 9 \end{cases}, \quad n \geq 0$$

(1) عيّن قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.

نضع  $u_0 = 4$

(2) احسب  $u_1$  و  $u_2$

(3) بين أنه من أجل عدد طبيعي  $n : u_n \geq 3$  .

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = u_n - 3$

(أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) استنتج  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(ج) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

### التمرين الثالث (08 نقاط):

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  . (يُعطى:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ )

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $1,4 < \alpha < 1,5$  .

(4) حدّد إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

II نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = (2x - 4) \ln x$  .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . فسّر النتيجة هندسياً.

(2) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها .

(3) عيّن نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

(4) (أ) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(ب) أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$  . (تعطى:  $f(\alpha) \approx 0,41$ )

(5) نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$  .

(أ) بيّن أن  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمت التي معادلاتها :  $x = 1, y = 0$

و  $x = 2$  .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

**التمرين الأول (04 نقاط):**

في كل ما يلي اختر الإجابة الصحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التعليل:

الاقتراح الثالث	الاقتراح الثاني	الاقتراح الاول	السؤال
$2 - \sqrt{e}$	$2 + \sqrt{e}$	$2 + \frac{1}{e}$	حل المعادلة $\ln(x-2)^2 = 1$ على المجال $]2; +\infty[$ هو:
2	$\frac{\ln 4}{\ln 2}$	$n \ln 2$	العدد $\ln(4^n) - n \ln 2$ حيث $n \in \mathbb{N}$ يساوي:
$\ln 2$	1	3	القيمة المتوسطة للدالة $g$ على المجال $[1, 2]$ حيث: $g(x) = x - \frac{1}{x^2}$ هي:
6	9	3	النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+2}}{3^n}$ تساوي

**التمرين الثاني (05 نقاط):**

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 2$  وبالعلاقة:  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) أحسب  $u_1, u_2, u_3$ .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n < 3$ .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 3$

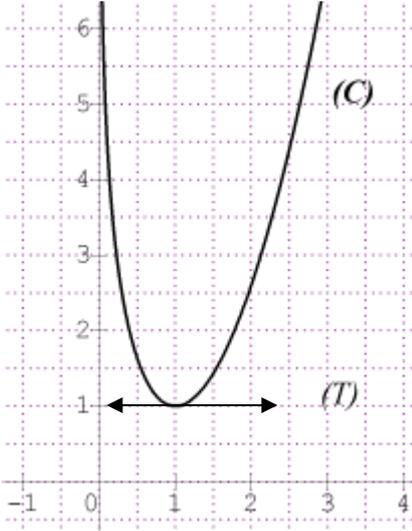
أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول  $v_0$

ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية  $(u_n)$

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموعين  $S_1$  و  $S_2$  حيث:

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_2 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

**التمرين الثالث (04 نقاط):**



$f$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  بتمثيلها البياني المقابل (C) .

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل.

(1) المعادلة  $f(x) = 3$  تقبل حلا وحيدا على المجال  $]0; +\infty[$ .

$$(2) f'(1) = 2$$

(3) من أجل كل  $x$  من  $]2; +\infty[$  :  $f'(x) < 0$

$$(4) f\left(\frac{3}{4}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$$

**التمرين الرابع (07 نقاط):**

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$  ، حيث  $a$  عدد حقيقي يُطلب تعيينه.

(2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(3) أ - بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$  ، استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .

ب - شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

(5) أوجد معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1 .

(6) أرسم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

(7) أ - عيّن الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تحقق:  $F(2) = -10$  .

ب - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

$$x = 1 \text{ و } x = 2$$