الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

ثانوية: شهداء أحداث براق القرارم قوقة

مديرية التربية لولاية ميلة

دورة : ماي 2017

الشعبة : اداب وفلسفة / لغات أجنبية

**المدة : 02 سا و 30 د**

**اختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات**

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأول

### التمرين الأول : (6 نقط)

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $a \equiv 3[11]$ و $b \equiv 10[11]$

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $b^2 + a^2$ و $2a \times b$ على $11$.

2) أ) تحقق أن $b \equiv -1[11]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين : $b^{2017}$ و $b^{1438}$ على $11$.

3) بين أن العدد $A$ يقبل القسمة على 11 حيث : $A = b^{2n+1} + 3b^{2n} + 20$ .

4) عين الأعداد الطبيعية $n$ الأصغر من أو تساوي 43 التي تحقق : $(a+2b)^{2n} + 12n \equiv 0[11]$

### التمرين الثاني : (6 نقط)

$(U_n)$ متتالية حسابية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_2 = 4$ و $U_6 - 2U_3 = 2$

1) عين أساس المتتالية وحدها الأول $U_0$

2) أكتب عبارة الحد العام للمتتالية $(U_n)$ بدلالة $n$.

3) أوجد رتبة الحد الذي يساوي 100 لهده المتتالية .

4) أ) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n = U_0 + U_1 + ..... + U_n$

ب) استنتج المجموع $\Gamma = U_0 + U_1 + ..... + U_{34}$

### التمرين الثالث: (8 نقط)

I ) g دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كمايلي :

$g(x) = a - 3x^2$ حيث $a$ عدد حقيقي ،و $(C_g)$ تمثيلها البياني المقابل

1) عين بيانيا $g(1)$ ثم عين قيمة $a$.

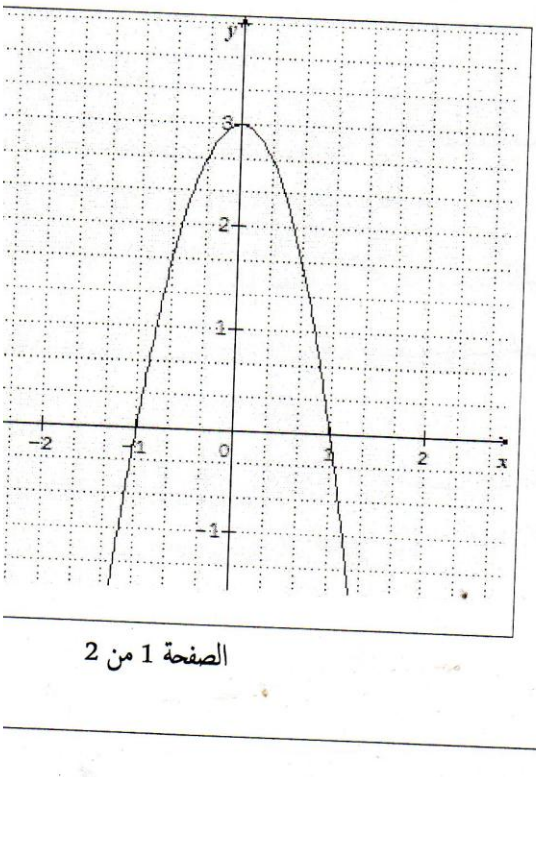
2) بقراءة بيانية : أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) عين إشارة $g(x)$

II ) $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$



1) أحسب نهايات الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $I$ يطلب تعيين احداثياتها.

4) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$ .

5) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن : $f(x) = (x-1)(-x^2 - x + 2)$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم أستنتج نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل

6) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول:(6 نقط)

أختر الإقتراح الصحيح من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة ممايلي :

1 ) عدد قواسم العدد 9720 هو : أ) 24 ب) 48 ج) 15

2) العددان 2016 و 1436 متوافقان بترديد : أ) 7 ب) 5 ج) 9

3) إد اكان $x + 2 \equiv 1[5]$ فإن: أ) $x = 5k + 1$ ب) $x = 5k$ ج) $x = 5k + 4$

4) باقي القسمة الإقليدية للعدد $(-2017)$ على 7هو : أ) 1 ب) 6 ج) $-6$

5) اداكان باقي قسمة العدد الطبيعي $a$ على 12 هو 8 فإن باقي قسمة $a$ على 6 هو : أ) 0 ب) 1 ج) 2

6) اداكان $a \equiv 34[5]$ فإن : أ) $a^{2017} \equiv -1[5]$ ب) $a^{2017} \equiv 3[5]$ ج) $a^{2017} \equiv 1[5]$

## التمرين الثاني :(6 نقط)

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = 3U_n - 1$

1) أحسب الحدود $U_1$ ، $U_2$ و $U_2$

2) نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كمايلي : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$ .

أ) أثبت أن $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول $V_0$

ب) أكتب $V_n$ بدلالة $n$ .

ج) أستنتج $U_n$ بدلالة $n$ ثم أحسب الحد الخامس للمتتالية $(U_n)$ .

د) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n = V_0 + V_1 + ..... + V_n$ ثم استنتج المجموع $S'_n = U_0 + U_1 + ..... + U_n$

## التمرين الثالث: (8 نقط)

$f$ الدالة العددية المعرفة على $]-3,+\infty[ \cup ]-\infty,-3[$ كمايلي $f(x)=a-\dfrac{18}{x+3}$ حيث $a$ عدد حقيقي

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين العدد $a$ حتى تكون النقطة $M(-2,-14)$ من المنحنى $(C_f)$ .

1) بين أنه ا من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -3$ فإن : $f(x)=\dfrac{4x-6}{x+3}$ .

2) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجتين .

3) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ >}} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجتين .

4) أدرس اتجاه تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

5) عين نقط تقاطع المنحنى مع حاملي المحورين .

6) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$ .

7) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$

## الموضوع الأول

### التمرين الأول:

1) تعيين باقي قسمة كل من $b^2+a^2$ و $2a\times b$ على 11

لدينا $a\equiv 3[11]$ ومنه $a^2\equiv 9[11]$ ...①

$b\equiv 10[11]$ ومنه $b^2\equiv 10^2[11]$ ...②

من ① و② نجد: $a^2+b^2\equiv 9+100[11]$

أي $a^2+b^2\equiv 109[11]$

وبما أن $109\equiv 10[11]$

فإن $a^2+b^2\equiv 10[11]$

باقي قسمة $a^2+b^2$ على 11 هو 10

كما لدينا:

$a\equiv 3[11]$ ومنه $2a\equiv 6[11]$ ...①

$b\equiv 10[11]$ ومنه ...②

من ① و② نجد $2a\times b\equiv 60[11]$

أي $2a\times b\equiv 5[11]$

باقي قسمة $2a\times b$ على 11 هو 5.

2) أ) التحقق من أن: $b\equiv -1[11]$

لدينا: $b-(-1)=10+1=11$

و 11 مضاعف للعدد 11 ومنه

$b\equiv -1[11]$

ب/ الإستنتاج:

لدينا $b\equiv -1[11]$ أي $b^{2017}\equiv(-1)^{2017}[11]$

ومنه $b^{2017}\equiv -1[11]$

أي $b^{2017}\equiv 10[11]$

باقي قسمة $b^{2017}$ على 11 هو 10

كما لدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{1438}\equiv(-1)^{1438}$

ومنه $b^{1438}\equiv 1[11]$

ومنه باقي قسمة $b^{1438}$ على 11 هو 1

3/ نبين أن A يقبل القسمة على 11.

لدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{2n+1}\equiv(-1)^{2n+1}[11]$

أي: $b^{2n+1}\equiv -1[11]$ ...①



و لدينا: $b\equiv -1[11]$ ومنه $b^{2n}\equiv(-1)^{2n}[11]$

أي: $3b^{2n}\equiv 3[11]$ ...②

من ① و② نجد

$$b^{2n+1}+3b^{2n}+20\equiv -1+3+20[11]$$

$$A\equiv 22[11]$$

$$A\equiv 0[11]$$

ومنه A يقبل القسمة على 11.

4/ تعيين الأعداد الطبيعية n:

لدينا: $(a+2b)^{2n}+12n\equiv 0[11]$

ومنه $(3+2(-1))^{2n}+1n\equiv 0[11]$

$$(3-2)^{2n}+n\equiv 0[11]$$

$$1^{2n}+n\equiv 0[11]$$

أي $1+n\equiv 0[11]$

ومنه: $n\equiv -1[11]$

ومنه $n\equiv 10[11]$

أي $\boxed{n=11k+10}$ حيث k عدد طبيعي.

لما $k=0$ نجد $n=11\times 0+10=10$

لما $k=1$ نجد $n=11\times 1+10=21$

لما $k=2$ نجد $n=11\times 2+10=32$

لما $k=3$ نجد $n=11\times 3+10=43$

الأعداد الطبيعية هي 10، 21، 32، 43

### التمرين الثاني

1) تعيين أساس المتتالية:

لدينا: $u_n=u_p+(n-p)r$

$$u_n=u_2+(n-2)r$$

$$u_n=4+(n-2)r$$

$$u_3=4+(3-2)r=4+r$$

$$u_6=4+(6-2)r=4+4r$$

و لدينا: $u_6-2u_3=2$

ومنه $4+4r-2(4+r)=2$

$$4+4r-8-2r=2$$

$$2r=6$$

$$\boxed{r=3}$$

و لدينا: $u_n=u_0+nr$

تابع حل التمرين الثاني:

$$u_n = u_0 + nr$$
$$u_2 = u_0 + 2\times 3$$
$$u_0 = 4 - 6 = -2$$

2/ كتابة $u_n$ بدلالة $n$: $u_n = u_0 + nr$

ومنه: $\boxed{u_n = -2 + 3n}$

3/ لدينا $u_n = 100$ ومنه $-2+3n = 100$

أي $3n = 102$ أي $n = \frac{102}{3} = 34$

ومنه $\boxed{u_{34} = 100}$ رتبته 35

4/ حساب المجموع:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$
$$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2}\left(u_0 + u_n\right)$$
$$= \frac{n-0+1}{2}\left(-2-2+3n\right)$$
$$\boxed{S_n = \frac{n+1}{2}\left(-4+3n\right)}$$

ب- الإستنتاج:

$$t = u_0 + u_1 + \dots + u_{34}$$
$$= \frac{34+1}{2}\left(-4+3(34)\right)$$
$$\boxed{t = 1715}$$

التمرين الثالث:

1) من البيان $g(1) = 0$

ومنه $a - 3\times 1^2 = 0$ أي $a - 3 = 0$

ومنه $\boxed{a = 3}$

2/ جدول تغيرات $g$:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

إشارة $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

II- $f(x) = -x^3 + 3x - 2$

1/- حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty}(-x^3) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty}(-x^3) = -\infty$

2- إتجاه تغيرات $f$:

$$f'(x) = -3x^2 + 3$$

$f'(x) = 0$ ومنه $-3x^2 + 3 = 0$

أي $-3x^2 = -3$

$$x^2 = \frac{-3}{-3} = 1$$

ومنه $x = \sqrt{1}$ أو $x = -\sqrt{1}$

$x = 1$ أو $x = -1$

إشارة $f'(x)$ حسب الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

$f$ متناقصة تماما على $]-\infty, -1]$ و $[1, +\infty[$

ومتزايدة تماما على $[-1, 1]$

جدول تغيرات $f$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) - 2 = 1 - 3 - 2 = -4$$
$$f(1) = -1^3 + 3\times 1 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$$

3/ لدينا: $f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$ ومنه $-6x = 0$ أي $x = 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

$f''(x)$ تنعدم عند 0 وتغير إشارتها

ومنه النقطة $I(0, -2)$ نقطة إنعطاف للمنحنى $(C_f)$.

4- معادلة المماس $(\Delta)$:

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$
$$\boxed{y = 3x - 2}$$

5- أ-

لدينا: $(x-1)(-x^2 - x + 2)$

$$= -x^3 - x^2 + 2x + x^2 + x - 2$$
$$= -x^3 + 3x - 2$$
$$= f(x)$$

ب) حل المعادلة:

$$f(x) = 0$$
$$(x-1)(-x^2 - x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \text{أو} \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

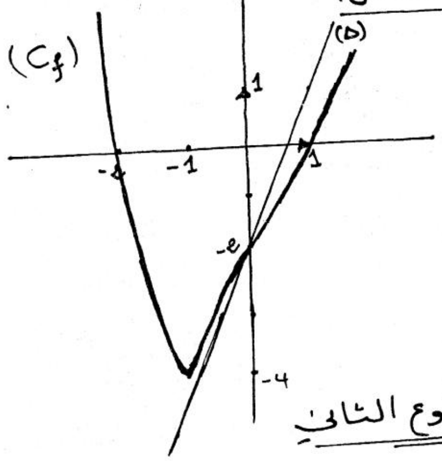
$$\Delta = 9$$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{1-3}{-2} = 1$ ، $x_2 = \frac{1+3}{-2} = -2$

المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $M_1(1,0)$ ، $M_2(-2,0)$

رسم المنحنى:




## الموضوع الثاني

### التمرين الأول:

1 - الاقتراح الصحيح هو: ب

لدينا: $9720 = 2^3 \times 3^5 \times 5^1$

عدد قواسم 9720

$(3+1)(5+1)(1+1) = 4\times 6\times 2 = 48$

2 - الاقتراح الصحيح هو ب

لدينا $2016 - 1436 = 580$

و 580 مضاعف للعدد 5 وليس مضاعف للعددين 7 و 9.

3 - الاقتراح الصحيح هو ج:

لدينا $x+2 \equiv 1[5]$ ومنه $x \equiv -1[5]$

أي $x \equiv 4[5]$

ومنه $x = 5k+4$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

4 - الاقتراح الصحيح هو: ب

لدينا $\begin{cases} -2017 = 7(-289)+6 \\ 0 \leq 6 < 7 \end{cases}$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد $-2017$ على 7 هو 6

5 - الاقتراح الصحيح هو: (أ)

لدينا: $a \equiv 34[5]$

ومنه $a \equiv 4[5]$

أي $a \equiv -1[5]$

ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$

ومنه $a^{2017} \equiv -1[5]$

### التمرين الثاني.

1) $u_1 = 3u_0 - 1 = 3\times 5 - 1 = 14$

$u_2 = 3u_1 - 1 = 3\times 14 - 1 = 41$

$u_3 = 3u_2 - 1 = 3\times 41 - 1 = 122$

2) نعتبر $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

أ) $(v_n)$ متتالية هندسية معناه $\frac{v_{n+1}}{v_n} = q$

لدينا

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}-\frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{3u_n - 1 - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{3(u_n - \frac{1}{2})}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 3$$

ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول

$v_0 = u_0 - \frac{1}{2}$

$v_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$

ب - عبارة $v_n$ بدلالة $n$:

$v_n = v_0 \times q^n$

$v_n = \frac{9}{2} \times 3^n$

جـ - إستنتاج $u_n$ بدلالة $n$

لدينا: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

ومنه: $v_n + \frac{1}{2} = u_n$

أي $\boxed{u_n = \frac{9}{2}\times 3^n + \frac{1}{2}}$

الحد الخامس هو: $u_4 = \frac{9}{2}\times 3^4 + \frac{1}{2}$

$\boxed{u_4 = 365}$

د - $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$= \text{الحد الأول}\frac{\left(1 - q^{\text{عدد الحدود}}\right)}{1-q}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}\left(1 - 3^{n-0+1}\right)}{1-3} = \frac{-9}{4}\left(1 - 3^{n+1}\right)$$

$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$= \left(v_0 + \frac{1}{2}\right) + \left(v_1 + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(v_n + \frac{1}{2}\right)$

$= \left(v_0 + v_1 + \dots + v_n\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}\right)$

$= S_n +$ عدد الحدود $\times \frac{1}{2}$

$S'_n = -\frac{9}{4}\left(1 - 3^{n+1}\right) + (n+1)\times\frac{1}{2}$

## التمرين الثالث

1/أ) $f(x) = a - \frac{18}{x+3}$

لدينا $M(-2,-14)$ نقطة من $(C_f)$

معناه $f(-2) = -14$

أي $a - \frac{18}{-2+3} = -14$

أي: $a - 18 = -14$

$a = -14 + 18$

ومنه $\boxed{a=4}$ إذن $f(x) = 4 - \frac{18}{x+3}$

1/ب) التبيين:

لدينا: $f(x) = 4 - \frac{18}{x+3}$

$= \frac{4(x+3) - 18}{x+3}$

$f(x) = \frac{4x + 12 - 18}{x+3}$

$f(x) = \frac{4x-6}{x+3}$

2- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4x}{x} = 4$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{4x}{x} = 4$

التفسير البياني:

$(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y = 4$

3- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -3} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\to} -3} \frac{4x-6}{x+3} = +\infty$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -3} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} -3} \frac{4x-6}{x+3} = -\infty$

التفسير البياني:

$(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x = -3$.

4- $f'(x) = \frac{(4x-6)'(x+3) - (x+3)'(4x-6)}{(x+3)^2}$

$= \frac{4(x+3) - (4x-6)}{(x+3)^2}$

$= \frac{4x + 12 - 4x + 6}{(x+3)^2}$

$= \frac{18}{(x+3)^2} > 0$

$f$ متزايدة تماما على المجالين $]-\infty,-3[$ و $]-3,+\infty[$.

جدول التغيرات:

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | ‖ | |
| $f(x)$ | $4 \nearrow +\infty$ | ‖ | $-\infty \nearrow 4$ |

5- نقط التقاطع مع المحاور:

مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$

أي $4x - 6 = 0$ أي $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$(C_f)$ يقطع محور الفواصل في النقطة $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

مع محور التراتيب:

$f(0) = \frac{-6}{3} = -2$

$(C_f)$ يقطع محور التراتيب في النقطة $M'(0,-2)$

6- معادلة المماس:

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = \frac{18}{(0+3)^2}x - 2$

$\boxed{y = 2x - 2}$

رسم المماس و المنحنى