**المقاطعة التفتيشية الأولى** **مديرية التربية لولاية غرداية**

**امتحان بكالوريا تجريبية** **2017/2016**

**الشعب :** آداب و فلسفة , لغات أجنبية

**المادة :** رياضيات **المدة :** ساعتان و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

$(u_n)$ متتالية حسابية حدّها الأول $u_0$ و أساسها $r=-3$ بحيث: $u_0+u_1+u_2+u_3=-10$

1) أحسب $u_0$

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ , $u_n=2-3n$

3) تحقّق أنّ العدد $(-2017)$ حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$ ما رتبته ؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

أ) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$

ب) استنتج قيمة المجموع $S'=u_0+u_1+...+u_{673}$

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

$a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث : $a=2017$ , $b=1438$

1) أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على العدد 5

ب) استنتج مما سبق باقي القسمة الإقليدية للعدد $a+b$ على العدد 5

2) أ) تحقّق أنّ $a^2\equiv -1[5]$ و $b^2\equiv -1[5]$

ب) استنتج أنّه مهما كان العدد الطبيعي $n$ فإن العدد $a^{4n}+b^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5

3) عيّن الأعداد الطبيعية $n$ بحيث : $a^{4n}+n-1\equiv 0[5]$

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

$f$ دالة معرفة على $R$ كما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها على $R$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على $R$ ثم شكّل جدول تغيراتها

4) أ ) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني $(C_f)$

ب) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $A$

5) بيّن أنه مهما كان العدد الحقيقي $x$ فإنّ $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

6) حل في $R$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج أنّ المنحني $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثيي كل منهما

7) أرسم المنحني $(C_f)$ و المماس $(T)$

# الموضوع الثاني

**التمرين الأول : (06 نقاط)**

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} = 3u_n + 2$

1) أحسب الحدود : $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n = u_n + 1$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $q = 3$ و حدّها الأوّل $v_0 = 4$

ب) أكتب $v_n$ بدلالة $n$ و استنتج $u_n$ بدلالة $n$

3) أحسب بدلالة $n$ الفرق $v_{n+1} - v_n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(v_n)$

4) أ) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

ب) استنتج بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمس الآتية مع التعليل :

| | | الاقتراح (أ) | الاقتراح (ب) | الاقتراح (ج) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | عدد قواسم العدد $2^3 \times 7^2$ هو | 6 | 12 | 9 |
| 2 | العددان 1438 و 2017 متوافقان بتردد | 3 | 2 | 9 |
| 3 | إذا كان $a$ و $b$ عددين صحيحين بحيث $a \equiv -5[3]$ و $b \equiv 2[3]$ فإنّ | $a^2 - b^2 \equiv 1[3]$ | $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ | $a^2 - b^2 \equiv 2[3]$ |
| 4 | $a$ عدد صحيح إذا كان $a \equiv -1[5]$ فإنّ | $a^{2017} \equiv 2[5]$ | $a^{2017} \equiv 1[5]$ | $a^{2017} \equiv 4[5]$ |
| 5 | $a$ عدد صحيح إذا كان $a \equiv -11[9]$ فإنّ باقي قسمة $a$ على 9 هو | 7 | 5 | 3 |

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

$f$ الدالة المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1) أ) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} +2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C_f)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

3) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$

4) أ) تحقّق أنّه مهما كان $x$ من $R-\{2\}$ فإنّ : $f(x)=2+\dfrac{5}{x-2}$

ب) استنتج النقط من المنحنى $(C_f)$ التي إحداثياتها أعداد صحيحة

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حاملي محوري الإحداثيات

6) أرسم المنحني $(C_f)$

**المقاطعة التفتيشية الأولى** **مديرية التربية لولاية غرداية**
**امتحان بكالوريا تجريبية** **2017/2016**
**الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية**
**المادة : رياضيات** **المدة : ساعتان ونصف**

# تصحيح الموضوع الأول

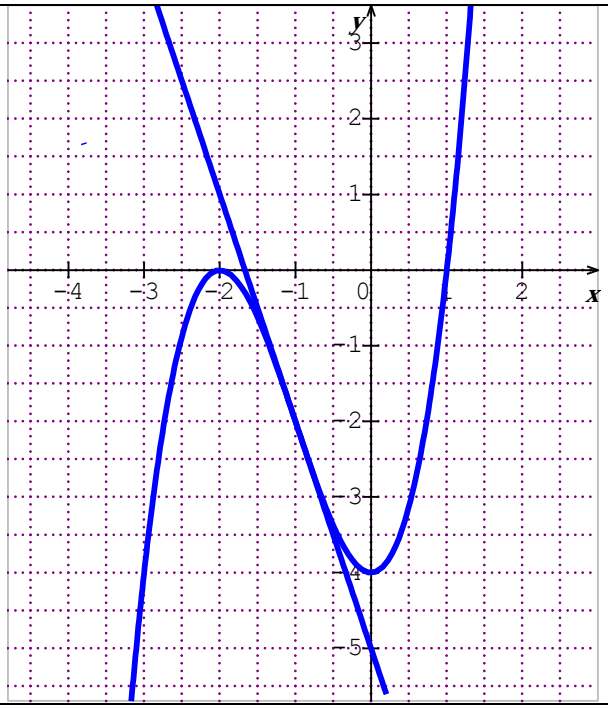
## تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

| | | |
|---|---|---|
| 1) | لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$ معناه $u_0 = 2$ | 01.5 |
| 2) | من أجل كل عدد طبيعي $n$ , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$ | 01 |
| 3) | لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد $2017-$ حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ و هو حد رتبته 674 | 01 |
| 4) | أ) $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{(n+1)(4-3n)}{2}$ | 01.5 |
| | ب) $S' = S_{673} = \frac{(673+1)(4-3\times 673)}{2} = -679055$ يمكن أن نستخدم الطريقة الآتية أيضا : $S' = \frac{674}{2}(2-2017) = -679055$ | 01 |

## تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

| | | |
|---|---|---|
| 1) | أ) $a = 5\times 403 + 2$ و $b = 5\times 287 + 3$ | 01 |
| | ب) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $a + b \equiv 5[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$ | 01 |
| 2) | أ) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ | 01 |
| | ب) لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \\ b^2 \equiv 1[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n+2} \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$ | 02 |
| | منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1\times 1[5] \end{cases}$ ومنه | |
| 3) | لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $n \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k$ $(k \in N)$ ($n$ مضاعفات العدد 5) | 01 |

**تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)**

| | | |
|---|---|---|
| 01 | $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$ | (1 |
| 0.5 | $f'(x) = 3x^2 + 6x$<br>لدينا $f'(x) = 3x(x+2)$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$<br>إشارة المشتقة : | (2 |
| 01 | $x$: $-\infty$ ; $-2$ ; $0$ ; $+\infty$<br>$f'(x)$: $+$ ; $0$ ; $-$ ; $0$ ; $+$ | |
| 0.5 | الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty\,;-2]$ و على المجال $[0\,;+\infty[$<br>الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $[-2\,;0]$ | (3 |
| 01 | جدول التغيرات : | |
| | $x$: $-\infty$ ; $-2$ ; $0$ ; $+\infty$<br>$f'(x)$: $+$ ; $0$ ; $-$ ; $0$ ; $+$<br>$f(x)$: $-\infty$ ↗ $-4$ ↘ $0$ ↗ $+\infty$ | |
| 01 | أ) $f''(x) = 6x + 6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند $-1$ و تغير إشارتها ومنه $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$ | (4 |
| 0.5 | ب) معادلة المماس : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -3x - 5$ | |
| 0.5 | $(x-1)(x+2)^2 = (x-1)(x^2+4x+4) = x^3 + 3x^2 - 4 = f(x)$ | (5 |
| 01 | $f(x) = 0$ معناه $(x-1)(x+2)^2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = -2$ و منه<br>المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$ | (6 |
| 01 |  | (7 |

# تصحيح الموضوع الثاني

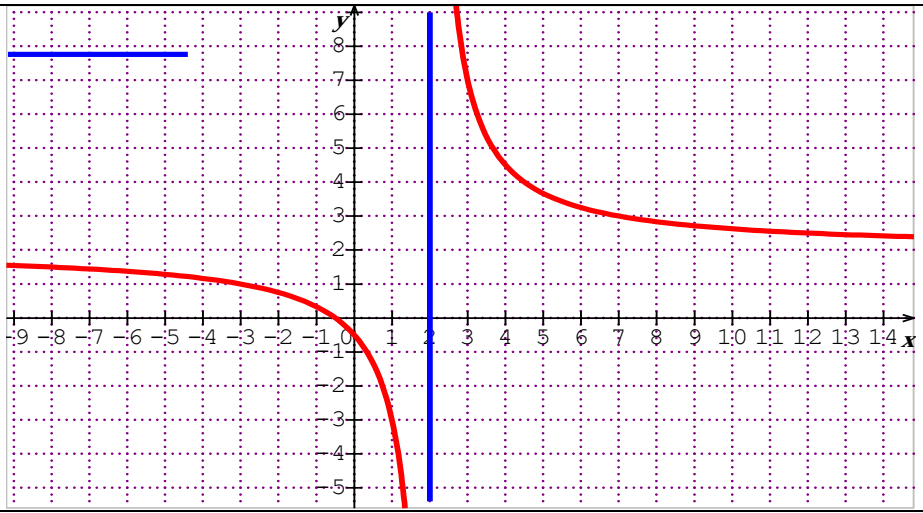
## تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

| | | |
|---|---|---|
| 1) | $u_1 = 3u_0 + 2 = 3\times 3 + 2 = 11$, $u_2 = 3u_1 + 2 = 3\times 11 + 2 = 35$, $u_3 = 3u_2 + 2 = 3\times 35 + 2 = 107$ | 0.75 |
| 2) | أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ و منه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$ | 0.75 |
| | ب) $v_n = v_0 \times q^n = 4\times 3^n$ , $u_n = v_n - 1 = 4\times 3^n - 1$ | 01.5 |
| 3) | $v_{n+1} - v_n = 4\times 3^{n+1} - 4\times 3^n = 4\times 3^n(3-1) = 8\times 3^n > 0$ نستنتج أن $(v_n)$ متزايدة تماما | 01.25 |
| 4) | أ) $S_n = v_0 \times \frac{q^{n+1}-1}{q-1} = 4\times \frac{3^{n+1}-1}{3-1} = 2(3^{n+1}-1)$ | 0.75 |
| | ب) $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + ...(v_n - 1)$ $= (v_0 + v_1 + ...v_n) + (-1-1...-1) = S_n - 1\times(n+1) = 2(3^{n+1}-1) - n - 1$ | 01 |

## تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

| | | |
|---|---|---|
| 1) | الاقتراح الصحيح : (ب) 12<br>التعليل : $(3+1)\times(2+1) = 12$ | 01 |
| 2) | الاقتراح الصحيح : (أ) 3<br>التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأنّ $579 = 3\times 193$ | 01 |
| 3) | الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$<br>التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$<br>ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ و منه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ | 01.5 |
| 4) | الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$<br>التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$ و منه $a^{2017} \equiv -1[5]$<br>ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$ | 01.5 |
| 5) | الاقتراح الصحيح : (أ) 7<br>التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ و منه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$ | 01 |

**تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)**

| | | |
|---|---|---|
| 01 | أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$<br>ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$<br>$y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ | (1 |
| 01 | $f'(x) = \dfrac{2(x-2)-1(2x+1)}{(x-2)^2} = \dfrac{-5}{(x-2)^2} < 0$<br>الدالة $f$ متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها | (2 |
| 0.5 | جدول التغيرات<br>$x$: $-\infty$ ، $+2$ ، $+\infty$<br>$f'(x)$: $-$ ، $\|\|$ ، $-$<br>$f(x)$: $+2$ ↘ $-\infty$ ، $\|\|$ ، $+\infty$ ↘ $+2$ | (3 |
| 0.5 | أ) $2+\dfrac{5}{x-2} = \dfrac{2(x-2)+5}{x-2} = \dfrac{2x+1}{x-2} = f(x)$ | (4 |
| 02 | ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ5 هي $-5, 5, -1, 1$ فإنّ<br>$x-2 \in \{1,-1,-5,+5\}$ ومنه $x \in \{+3,+1,-3,+7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7,-3,+1,+3\}$<br>ومنه النقط المطلوبة هي : $A(3;7)$ ، $B(1;-3)$ ، $C(-3;1)$ ، $D(7;3)$ | |
| 01 | $f(x)=0$ معناه $2x+1=0$ معناه $x=-\dfrac{1}{2}$ ومنه $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة احداثياها $(0;-\dfrac{1}{2})$ و بما أنّ $f(0)=-\dfrac{1}{2}$ فإنّ $(C_f)$ يقطع حامل محور التراتيب في نقطة وحيدة احداثياها $(-\dfrac{1}{2};0)$ | (5 |
| 01 |  | (6 |