

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

\* التمرين الأول : (04 نقاط)

لتفسير ارتفاع درجة حرارة الغلاف الجوي (الاحتباس الحراري) ، تم قياس متوسط درجة الحرارة السنوية لكوكب الأرض بين السنتين 1974 و 1998 ، سجلت النتائج في الجدول ادناه :

السنة	1974	1978	1982	1986	1990	1994	1998
رتبة السنة $x_i$	4	8	12	16	20	24	28
درجة الحرارة المنوية $y_i$	19.12	19.70	19.62	20	20.60	20.88	20.92

1- مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الاحصائية  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد مبدؤه  $O(0; 19)$

(  $1cm$  لكل 4 سنوات على محور الفواصل و  $1cm$  لكل 0.2 درجة على محور الترتيب ).

2- عين إحداثيتي النقطة المتوسطة  $G$  لهذه السلسلة ثم علمها .

3- بين أن معادلة  $(D)$  مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي :  $y = 0.078x + 18.872$  ثم أرسمه .

4- (أ) - بقراءة بيانية ، قدر درجة الحرارة في سنة 2019 .

(ب) - باستعمال التعديل السابق ، بدايةً من أية سنة ستتجاوز درجة الحرارة 23 درجة مئوية ؟

\* التمرين الثاني : (04 نقاط)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $u_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3}$

(1) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \leq 1$

(2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة ثم استنتج انها متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = u_n - 1$  .

أ. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$  .

ب. أكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$

ج. استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1$  ، ثم عين نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

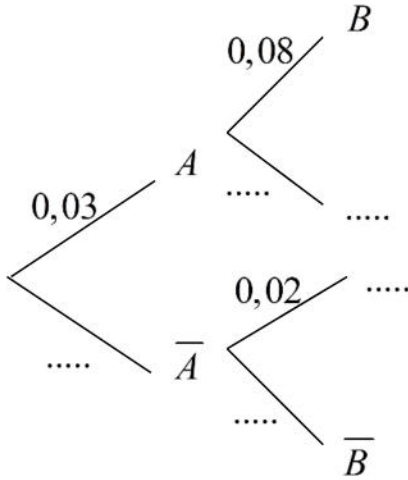
د. نضع :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$  ، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + n - 3$  .

\* التمرين الثالث : (04 نقاط)

ينتج مصنع مجموعة كبيرة من أجهزة تكييف الهواء من المُرَجَّح أن يكون بها عيبان  $a$  و  $b$ .  
لقد أدت دراسة احصائية للإنتاج إلى النتائج الآتية:

- 3% من الأجهزة بها العيب  $a$ .
  - 8% من الأجهزة التي بها العيب  $a$  ، بها العيب  $b$  كذلك.
  - من بين المكيفات السليمة من العيب  $a$  يوجد 2% بها العيب  $b$ .
- نختار عشوائيا جهاز من بين المجموعة ، نرمز بالحادثة  $A$  "الجهاز المختار به العيب  $a$ "  
و الحادثة  $B$  "الجهاز المختار به العيب  $b$ ".

نمثل الوضعية في الشجرة المقابلة.



1. أنقل ثم أكمل الشجرة .

2. أحسب الإحتمالات التالية: (تعطى النتائج مدورة إلى  $10^{-3}$ )

- احتمال أن يكون الجهاز به العيبان  $a$  و  $b$ .
- احتمال أن يكون الجهاز به العيب  $b$  فقط.
- احتمال أن يكون الجهاز سليما من أي عيب .
- احتمال ان يكون الجهاز به العيب  $a$  علما ان به العيب  $b$ .

التمرين الرابع (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = \frac{4-4e^x}{1+e^x}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجةين بيانيا

2. أ. احسب  $f'(x)$  وادرس إشارتها .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الترتيب 0.

4. بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(-x) + f(x) = 0$  ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟

5. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $IR$  بالعبارة:  $g(x) = f(x) + 2x$

أ. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $IR$ .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة ثم احسب  $g(0)$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $IR$ .

ج. استنتج الوضع النسبي للمماس  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  . ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$  ؟

6. أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

7. بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = 4 - \frac{8e^x}{1+e^x}$

8. احسب  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذان معادلتهما :

$$x = 0 \text{ و } x = -3$$

## الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل عدد زوّار موقع على شبكة الأنترنت (بالآلاف) خلال ثمانية أسابيع الأولى من إنشائه .

رتبة الأسبوع $x_i$	1	2	3	4	5	6
عدد الزوار $y_i$	205	252	327	349	412	423

1. مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد و متجانس بأخذ  $1cm$  لكل أسبوع على محور الفواصل و  $1cm$  لكل 50 زائر على محور الترتيب .

2. تعطى معادلة مستقيم الانحدار ( $D$ ) وذلك بإستعمال طريقة المربعات الدنيا كما يلي:  $y = 45x + 137$

بإستعمال التعديل الخطي السابق ، أحسب عدد زوار الموقع خلال الأسبوع العاشر .

3. نلاحظ أن تزايد عدد الزوار خلال الأسابيع الأخيرة يكون قليل جدا ، لهذا نضع  $z = \ln(x)$  .

(أ) أتمم الجدول التالي ، تدور النتائج إلى  $10^{-3}$

رتبة الأسبوع $x_i$	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln(x_i)$	0	0.693				
عدد الزوار $y_i$	205	252	327	349	412	423

(ب) بين أن معادلة ( $d$ ) مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا ل  $y$  بدلالة  $z$  هي:  $y = 128z + 188$

(قيمتا  $a$  و  $b$  مدورتان للوحدة)

4. (أ) استعمل التسوية الجديدة لتقدير عدد الزوار في الأسبوع العاشر (تدور النتيجة إلى الوحدة).

(ب) باستعمال التسوية الجديدة ، عين رتبة الأسبوع الذي يبلغ فيه عدد الزوار 600 زائر .

\* التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 100 منخرط في احدى النوادي السياحية .

	الصف	رجال	نساء
ممارسة الرياضة			
يمارس رياضة		48	12
لا يمارس رياضة		16	24

نختار عشوائيا منخرط في النادي .

لتكن  $H$  حادثة "السائح المختار رجل" و  $F$  حادثة "السائح المختار امرأة" و

$S$  حادثة "المنخرط يمارس رياضة"

(1) اكمل شجرة الاحتمالات التالية :

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ. السائح المختار امرأة .

ب. السائح المختار رجل يمارس رياضة .

ج. سائح لا يمارس أية رياضة .

د. السائح المختار لا يمارس اية رياضة علما أنه رجل .

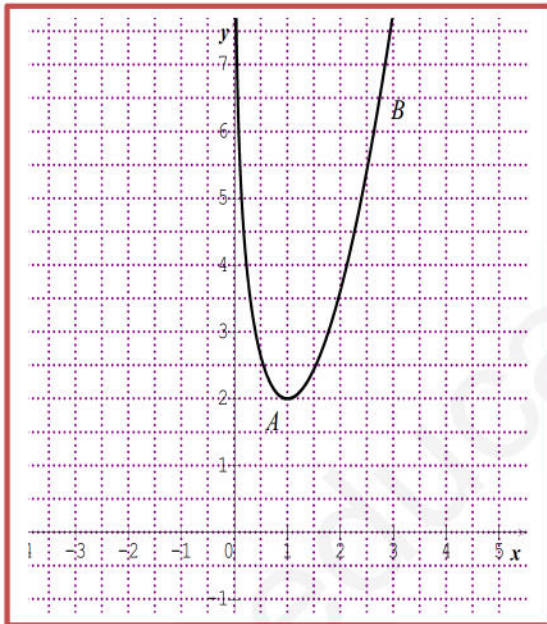
(3) هل الحادثتان: "السائح المختار لا يمارس اية رياضة" و "السائح المختار رجل" مستقلتان ؟

**\* التمرين الثالث : (04 نقاط)**

- في اول يناير من سنة 2013 بلغ عدد سكان مدينة حوالي 100000 نسمة ، و خلال كل سنة من السنوات القادمة سيتزايد عددهم بنسبة 5% بأخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد و الموتى ، و هناك 4000 مهاجر يمكنهم الاقامة كل سنة في هذه المدينة .  
 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نسمي  $u_n$  الى عدد سكان المدينة في 01 يناير من السنة  $(2013 + n)$  .  
 (1) عين  $u_0$  ثم أحسب  $u_1$  و  $u_2$  ، هل المتتالية  $(u_n)$  حسابية ؟ وهل هي هندسية ؟ علل .  
 (2) أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 1.05u_n + 4000$  .  
 ب. هل يتزايد عدد السكان من سنة الى أخرى ؟ برر اجابتك .  
 (3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = u_n + 80000$  .  
 أ. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 1.05 يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$  .  
 ب. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = 180000 \times (1.05)^n - 80000$  .  
 ج. قدر عدد سكان المدينة سنة 2019 .

**التمرين الرابع : (08 نقاط)**

1. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و تمثيلها البياني  $(C)$  معطى في الشكل أدناه. ولتكن النقطتان  $A(1; 2)$  و  $B(e; e^2 - 1)$  من  $(C)$



(1) بين أن:  $a = 1$  و  $b = -2$

(2) استنتج بيانيا إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

ii. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:

$$f(x) = x + \frac{1}{x} + 2 \frac{\ln(x)}{x}$$

لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ. بين أن:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$  ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  معادلته  $y = x$

عند  $+\infty$  ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0.52 \leq \alpha \leq 0.53$  ثم استنتج نقطة تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

(6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  .

(7) نعتبر الدالة العددية  $H$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $H(x) = (\ln(x))^2$

أ. بين أن الدالة  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  حيث:  $h(x) = 2 \frac{\ln(x)}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$

ب - أحسب المساحة  $S$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = e$  و  $x = 1$