ثانوية سايح محمد — الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — دورة: 2021

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

في كل حالة من الحالات أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1) نهاية الدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x} + 2$ عندما يؤول x إلى 0 هي 0.

2) مجموعة حلول المعادلة $e^{-2x} + e^{-x} - 2 \geq 0$ في $\mathbb{R}$ هي $]0, +\infty[$.

3) مجموعة حلول المعادلة $e^{x} + e^{3} = e^{2}$ في $\mathbb{R}$ هي $\{-1\}$.

4) الدالة المشتقة للدالة $x \mapsto \frac{1}{x \ln x} + 2$ على المجال $]1, +\infty[$ هي $x \mapsto -\frac{1+\ln x}{(x\ln x)^2}$.

5) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$، ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن $u_{n+1} = 2u_n - n$

حدها العام هو $u_n = 2^n + n + 1$.

6) القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto x^2 + x - 1$ على المجال $[0, 2]$ هي: $\frac{8}{6}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بحيث $u_0 = 1$ ومن أجل كل n طبيعي فإن: $u_{n+1} = 3u_n$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n = 3^n$.

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) معللا إجابتك.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n)$.

أ/ اثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

بـ/ اكتب v_n بدلالة n؛ ثمّ احسب $\lim_{n \to +\infty} v_n$.

4) اكتب بدلالة n كل من: $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ و $u_0 \times u_1 \times u_2 \times \cdots \times u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يمثل الجدول الآتي نسبة استخدام الهواتف الذكية في بلد بين السنوات 2014 و2020: (تدور النتائج إلى 10^{-2})

السنة x_i	2014	2015	2016	2017	2019	2020
النسبة المئوية y_i	13	17.4	21.5	27.2	46.9	53.1

1) مثل بيانيا سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في المعلم المتعامد الذي مبدأه $O(2014;13)$.

($1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $2cm$ لكل 10% على محور التراتيب).

2) عين الثنائية $(\bar{x}, \bar{y})$ إحداثيتي النقطة G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M(x_i; y_i)$.

اقلب الصفحة

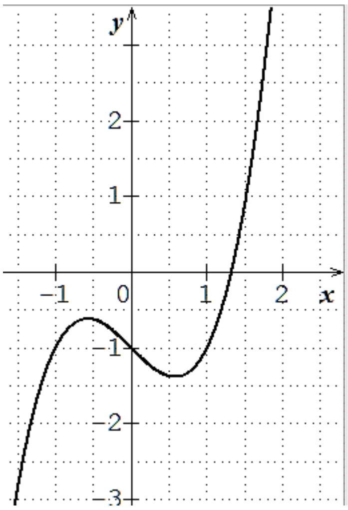
3) بيّن أن: $y = 6,99x - 14074,2$ هي المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار لهذه السلسلة؛ ثمّ مثله بيانيا.

4) اعتمادا على التعديل السابق:

أ/ ما هي نسبة استخدام الهواتف الذكية المتوقعة في سنة 2025؟

بـ/ ابتداءا من أي سنة تتجاوز نسبة الاستخدام %92؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)



I) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 - x - 2$

– بقراءة بيانية:

1) برّر أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α يطلب إيجاد حصرا له.

2) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2}$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) أ/ احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$؛ ثمّ فسر النتيجة هندسيا.

بـ/ احسب كل من $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن: $f(x) = x + 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$.

بـ/ استنتج أن المستقيم $(\Delta): y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f)؛ ثمّ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

3) أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

بـ/ استنتج اتجاه تغير الدالة f؛ ثمّ شكل جدول تغيراتها.

4) احسب $f(-1)$؛ ثم مثل كل من (Δ) و (C_f). (تعطى $\alpha \simeq 1,5$ و $f(\alpha) \simeq 3,6$)

5) نعتبر العدد الحقيقي $S = \int_1^{\alpha} f(x)dx$. (حيث α هو الحل للمعادلة $g(x) = 0$)

أ/ عيّن مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]0, +\infty[$.

بـ/ بيّن أن: $\alpha^2 = \dfrac{\alpha + 2}{2}$؛ ثمّ استنتج أن: $S = \alpha + \ln\alpha$.

بالتوفيق في البكالوريا