

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح  
دورة ماي 2016

وزارة التربية الوطنية  
امتحان البكالوريا التجريبية  
شعبة العلوم التجريبية

المدة : 3 ساعات ونصف

اختبار مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

## التمرين الاول (07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

1. احسب  $g'(x)$  ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .

2. احسب  $g(1)$  ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  اشارة  $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

ولیکن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد غير متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ثم أعط التفسير الهندسي للنتيجتين .

2. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $I$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

3. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

4. بين ان النقطة  $A(1; 1)$  هي نقطة تقاطع المستقيم  $y = x$  (D) و المنحنى  $(C_f)$ .

5. ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(D)$ .

6. اكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

7. أنشئ البيان  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

8. عين عبارة الدوال الاصلية للدالة  $h : x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $I = ]0; +\infty[$

9. احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتان  $y = x$  (D) ،  $x = 1$  (d2) و  $x = 2$  (d1)

## التمرين الثاني (03.5نقاط)

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها إلى الكيس ثم نسحب كرة أخرى

و نسجل رقمها. ليكن  $X$  المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين .

+	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

جدول مساعد

1. ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب هاتين الكرتين بهذه الكيفية ← .

2. ما هو احتمال ان يكون رقمي هاتين الكرتين زوجي.

3. عين قيم المتغير العشوائي  $X$  .

4. عين حوادث المتغير العشوائي  $X$  .

5. عرّف قانون احتمال لهذا المتغير العشوائي  $X$  .

6. احسب  $E(X)$  الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال.

## التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر كثير الحدود للمتغير المركب  $z$  المعرف بـ  $P(z) = (z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21)$

1. حل في  $C$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية :  $P(z) = 0$ .

2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ .

أ. مثل النقاط  $A, B, C, D$  ذات اللواحق على الترتيب  $z_A = i\sqrt{3}$  ;  $z_B = \bar{z}_A$  ;  $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$  و  $z_D = \bar{z}_C$

ب. أثبت أن النقاط  $A, B, C, D$  تنتمي إلى نفس الدائرة.

3. لتكن النقطة  $E$  نظيرة  $D$  بالنسبة إلى المبدأ  $O$ .

i. بين أن  $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$  ثم عيّن طبيعة المثلث  $BEC$ .

ii. استنتج طبيعة التحويل النقطي  $T$  الذي يحول النقطة  $E$  إلى النقطة  $C$  و النقطة  $B$  صامدة بالنسبة له .

iii. تأكد من ان التحويل  $S$  تشابه مباشر حيث  $S = Toh$  علما بأن  $h$  هو تحويل تحاكي نسبتة 2 و مركزه مبدأ المعلم .

iv. احسب مساحة المثلث  $B'E'C'$  صورة المثلث  $BEC$  بواسطة  $S$ .

## التمرين الرابع (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

لتكن  $A(-9; -4; -1)$  و  $(P_1), (P_2)$  المستويين الذين معادلة ديكارتية لكل منهما هي :

$$(P_1): x - 2y + 4z = 9 \quad , (P_2): -2x + y + z = 6$$

1. عين وضعية المستوي  $(P_1)$  بالنسبة الى المستوي  $(P_2)$ .

2. نرسم  $(D)$  إلى مستقيم تقاطع المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$ .

بين أن تمثيلان الوسيطيان:  $t \in \mathbb{R}$  ,  $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 4 + 9t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$  و  $t \in \mathbb{R}$   $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \\ z = t \end{cases}$  هما تمثيلان للمستقيم  $(D)$ .

3. لتكن  $M$  نقطة كيفية من المستقيم  $(D)$ .

أ) تحقق أن النقطة  $A$  لا تنتمي إلى المستوي  $(P_1)$  و لا تنتمي إلى المستوي  $(P_2)$ .

ب) بين أن :  $AM^2 = 7(2t^2 - 2t + 3)$

ج) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

- عين احداثيات النقطة  $M$  تكون من اجلها المسافة  $AM$  أصغرية .

ولتكن  $A$  هذه النقطة في حالة وجودها .

4.  $(Q)$  المستوي الذي يشمل  $A$  و العمودي على المستقيم  $(D)$

أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(Q)$ .

ب) برهن أن النقطة  $A$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(D)$ .

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح  
دورة ماي 2016

وزارة التربية الوطنية  
امتحان البكالوريا التجريبية  
شعبة العلوم التجريبية

المدة : 3 ساعات ونصف

اختبار مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الثاني

### التمرين الاول (04 نقاط)

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بـ :  $u_0 = -6$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$  ،  
(أ) أحسب :  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  .

(2) برهن أنه من أجل كل  $n \geq 3$  ،  $u_n > 0$

- استنتج أنه من أجل كل  $n \geq 4$  ،  $u_n > 2n - 3$  ،

(3) ما هي نهاية  $(u_n)$  ؟

(ب) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n - 4n + 10$  ،

(1) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2^{2-n} + 4n - 10$  ،

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  .

### التمرين الثاني (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  ، المعادلة ذات المجهول  $Z$  :  $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$  .

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  . نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  ذات اللاحقات

$Z_A = \sqrt{3} - i$  ؛  $Z_B = \sqrt{3} + i$  ؛  $Z_C = 2i$  و  $Z_D = -\sqrt{3} - i$  على الترتيب .

أ - علم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  .

ب - اكتب العدد  $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

ج - تحقق أن النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  تنتمي إلى الدائرة التي مركزها  $O$  يطلب تعيين نصف قطرها .

(3) لنعتبر التحويل النقطي  $S$  الذي يحول  $O$  إلى  $A$  و يحول  $C$  إلى  $D$  .

أ - أثبت أن التحويل  $S$  هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة ( المركز و النسبة و الزاوية ) .

ب - تحقق أن صورة النقطة  $B$  بالتشابه  $S$  هي النقطة  $C$  .

(4) لتكن النقطة  $G$  مرجح النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  المرفقة بالمعاملات  $1$  ،  $-1$  ،  $2$  على الترتيب .

أ - عين احداثيي النقطة  $G$  .

ب - بين ان  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق  $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$

هي الدائرة التي مركزها  $G$  و نصف قطرها  $1$  .

## التمرين الثالث (06.5 نقاط)

عتبر الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x + 1 + \ln(x + 1) - \ln(x + 2)$ :  
 $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  وحدة الطول  $2cm$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ .

(2) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$ . ثم استنتج نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ .

(3) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ ،  
 ثم أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

(4) ادرس تغيرات الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.

(5) اكتب معادلة المماس  $(T)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$ .

(6) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث:  $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$ .

(7) أرسم المنحنى  $(C_f)$  و المستقيمان  $(T)$  و  $(\Delta)$ ؟

(8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حلول المعادلة  $f(x) = \frac{3}{2}x + m$ .

(9) أ - بين أن الدالة  $F_a: x \rightarrow (x+a)\ln(x+a) - x$  هي دالة أصلية للدالة  $f_a: x \rightarrow \ln(x+a)$   
 على المجال  $]-a; +\infty[$ .

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمات  $y = x + 1$  ،  $x = 0$  ،  $x = 1$ .

## التمرين الرابع (04.5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1;0;2)$  ؛  $B(0;1;2)$  ؛  $C(1;-2;0)$

و المستوي  $(P)$  الذي معادلته  $3x - 2y + z + 3 = 0$ .

(1) أ) بين أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع  $\vec{n}(1;1;-1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكرتية له.

(2) أ) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متعامدان.

ب) بين أن تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  هو المستقيم  $(\Delta)$  المعروف بتمثيله الوسيطى:  $t \in \mathbb{R}$  ;  $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases}$

ج) أحسب المسافة بين النقطة  $H(-1;6;-2)$  و المستوي  $(ABC)$  ،

ثم بين أن المسافة بين النقطة  $H$  و المستقيم  $(\Delta)$  تساوي  $\sqrt{\frac{106}{3}}$ .

(3) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء حيث:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 12y + 4z + 3 = 0$

أ) بين أن  $(\Gamma)$  هي سطح كرة مركزها  $H$  يطلب تعيين نصف قطرها.

ب) ما هو الوضع النسبي للمجموعة  $(\Gamma)$  و المستقيم  $(\Delta)$