

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة على $I =]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، $(\|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}, \|\vec{i}\| = 2 \text{ cm})$

(I) هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -[2(x\sqrt{x} - 1) + \ln x]$

- (1) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0 < x < 1$ و $x > 1$.
- (2) احسب نهائي الدالة f عند $0, +\infty$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .
- (3) احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g .
- (4) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (5) أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين.

(II) 1. باستعمال تكامل التجزئة ، عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(1) احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها :

$$x = \alpha , x = 1 , y = -x + 1$$

$$0 < \alpha < 1$$

(2) احسب نهاية $S(\alpha)$ لما يؤول α إلى الصفر ، أعط تفسيراً بيانياً لهذه النهاية

(III) (u_n) متتالية معرفة بحددها الأول u_0 حيث : $u_0 \in [1; 2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}} + 1$

(1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ لدينا : $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$

(2) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n \in [1; 2]$

(3) بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها

(5) احسب بدقة قيمة l .

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على N بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

• ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

1- بين أن v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2- أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

3- نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

• نعرف المتتالية w_n بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: \ln اللوغاريتم النيبيري).

بين أن w_n متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$; إستنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} S''_n$.

بالتوفيق