امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=3-\dfrac{6}{x+2}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. (الوثيقة -1-)

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=8$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=3-\dfrac{6}{U_n+2}$

أ/ مثّل على محور الفواصل الحدود : u_0، u_1، u_2 و u_3 (دون حساب).

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le 8$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(1-u_n)}{u_n+2}$ ،

جـ/ حدّد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=1-\dfrac{1}{U_n}$

أ/ بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب/ اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty}U_n$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{1+e^x}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) تأكد أن: $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{1+e^{-x}}$

2) عين دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

3) احسب A مساحة الحيّز المحدّد بالمنحنى (c_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:
$x=0$ و $x=4$

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1) احسب نهايتي الدالة g عند طرفي مجال تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha\in\left]\frac{3}{2}\,;\,2\right[$. فسّر النتيجة بيانيا.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,,+\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ كما يلي $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2+1}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x\left(x^2+1\right)^2}$.

3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$

5) اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$

6) ارسم (c_f) و (Δ) . نأخذ : $\alpha=1{,}89$ ، $f(\alpha)=0{,}14$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $2\ln x=x^3+x+2mx^2+2m$

انتهى ...

بالتوفيق