

**التمرين:**

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $u_0 = 2$

و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 1$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ/ أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب اعطاء أساسها و حدها الأول  $v_0$  .

ب/ اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S = u_0 v_0 - 1 + u_1 v_1 - 1 + \dots + u_n v_n - 1$

**واجب منزلي:**

(أ) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0,2]$  ب:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0,2]$  .

(ب)  $(u_n)$  متتالية معرفة ب:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 < u_n \leq 2$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ، ثم استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

ب/ استنتج أن من أجل كل  $n$  :  $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  مرة ثانية.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $n < S_n \leq \frac{1}{2} \left[ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$

**التمرين:**

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $u_0 = 2$

و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 1$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ/ أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب اعطاء أساسها و حدها الأول  $v_0$  .

ب/ اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S = u_0 v_0 - 1 + u_1 v_1 - 1 + \dots + u_n v_n - 1$

**واجب منزلي:**

(أ) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0,2]$  ب:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0,2]$  .

(ب)  $(u_n)$  متتالية معرفة ب:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 < u_n \leq 2$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ، ثم استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

ب/ استنتج أن من أجل كل  $n$  :  $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  مرة ثانية.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $n < S_n \leq \frac{1}{2} \left[ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$