

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- الدالة الاصلية F للدالة f حيث $f(x) = \frac{1}{x+1}$ والتي تنعدم عند 1 هي :

أ- $F: x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$ ب- $F: x \mapsto -3 + \ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$ ج- $F: x \mapsto \ln(x+1)$

2- القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[1; 4]$ حيث $g(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ هي :

أ- $m = \frac{1}{4}$ ب- $m = \frac{5}{4}$ ج- $m = \frac{7}{4}$

3- مجموعة حلول المتراجحة : $-1 + 2\ln x > 1$ في \mathbb{R} هي :

أ- $s =]-\infty; 1[$ ب- $s =]2; 5[$ ج- $s =]e; +\infty[$

4- مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ في \mathbb{R} هي :

أ- $s = \{1; 3\}$ ب- $s = \{0\}$ ج- $s = \{e^{-3}; e^1\}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 2$

1- أحسب u_1 ، u_2

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 5$

3- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n - 5$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- اكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n .

ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

4- حسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطي كما يلي

	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
		$+\infty$	$+\infty$
	-2		2

أجب على الأسئلة التالية :

- 1- بين أن المنحنى (C_f) يقبل 3 مستقيمات مقاربة يطلب تعيين معادلة لكل منهما
- 2- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; -1[$
- 3- عين حسب قيم x إشارة $f(x)$
- 4- استنتج مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$)

2- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4- أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

5 - أنشئ (Δ) و (C_f) في المعلم السابق .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

هذا التمرين هو استبيان متعدد الإجابات لكل سؤال 3 أجوبة مقترحة واحد منها فقط صحيح المطلوب : اختيار الجواب الصحيح مع التبرير .

1. التكامل $\int_0^1 \frac{2x}{(x^2+10)^3} dx$ يساوي :

(أ) $\frac{3}{8}$ (ب) $-\frac{15}{64}$ (ج) $\frac{5}{8}$

2. حل المعادلة $2\ln x - \ln(5x - 6) = 0$ في المجال $+\infty [\frac{6}{5}$; هما :

(أ) $x_1 = -2 ; x_2 = 3$

(ب) $x_1 = -3 ; x_2 = 2$

(ج) $x_1 = 3 ; x_2 = 2$

3. مجموعة حلول المعادلة $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$ على \mathbb{R} هي :

(أ) $\{1; -4\}$ (ب) $\{0\}$ (ج) $\{e^1; e^{-4}\}$

4. لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$. الدالة الاصلية للدالة f التي تحقق $F(1) = 2$ هي :

(أ) $F(x) = x^3 + x^2 + 4x + 2$

(ب) $F(x) = x^3 + x^2 + 4x - 4$

(ج) $F(x) = x^3 + x^2 + 4x + 8$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في اول مارس 2020 بلغ عدد المصابين في احدى المدن بفيروس كورونا المستجد 100000 مصاب . لاحظ الأطباء ان نسبة المصابين تزداد سنويا بـ 3% في حين انه يتوفى 3600 شخص . نرمز بـ u_n الى عدد المصابين خلال السنة $2020 + n$ حيث n عدد طبيعي

1. (أ) احسب $u_1 ; u_2$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.03u_n - 3600$

2. نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 120000$

(أ) بين ان المتتالية (v_n) هندسية ; حدد أساسها و حدها الأول .

(ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$u_n = (-20000)(1.03)^n + 120000$$

3. كم سيكون عدد المصابين في اول مارس 2025.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية الحسابية (u_n) حدها الأول u_0 و أساسها r حيث :

$$\begin{cases} u_3 + u_5 = 8 \\ u_0 + u_4 = 6 \end{cases}$$

1. عين u_4 ثم استنتج u_0 .

2. أ- نضع $u_0 = 2$, بين أن الأساس $r = \frac{1}{2}$

ب- أكتب u_n بدلالة n .

ج- أثبت أن 2021 حد من حدود المتتالية (u_n) .

3. أ- أحسب المجموع S_n حيث :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

ب- عين قيمة S_n من أجل $n = 4038$

ج- عين قيمة n حتى يكون المجموع $S_n = 102$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب النهايات : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانياً

(3) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل x من D_f : $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$

(4) أ- أحسب الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغيرها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $-\infty$ و $+\infty$

ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) مع المستقيم (Δ)

(6) بين من اجل كل x من D_f ان : $f(-2-x) + f(x) = 2$ ثم فسر النتيجة بيانياً

(7) انشئ المنحني (C) و المستقيم (Δ) في نفس المعلم

(8) أوجد F الدالة الاصلية للدالة f ثم أستنتج القيمة المتوسطة على المجال $[1; 2]$

انتهى الموضوع الثاني