على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، (D) المستقيم المار بالنقطتين $A\,(0;-1;3)$ و $B\,(3;0;1)$ ، (Δ) المستقيم المعرف بجملة المعادلتين : $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

1) أ- أكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D)و (Δ).

ب- أدرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ)و (D) .

2) (p) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ) .

- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (p) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) (p') المستوي الذي يشمل (Δ) ويوازي (D) .

- بين أن $\vec{n}\,(-1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (p') ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له .

4) أ- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (p) .

ب- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (D) والمستوي (p') .

ج- استنتج المسافة بين المستقيمين (D) و (Δ) .

التمرين الثاني:(5 نقاط)

- Z عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\text{Arg}(Z^n) = n.\text{Arg}(Z)$.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبةℂ ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب .

أ – علم النقط A ، B ، C و D .

ب–اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي . استنتج طبيعة المثلث ABC.

جـ - تحقق أن النقط A ، B ، C و Dتنتمي إلى الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

د – عين مجموعة النقط $M\,(z)$ من المستوي حيث : $Arg\left(\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ مع$k\in\mathbb{Z}$.

3) لنعتبر التحويل النقطي Sالذي يحول O إلى A و يحول C إلى D.

أ – اثبت أن التحويل Sهو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .

ب – تحقق أن صورة النقطة Bبالتشابه Sهي النقطة C.

4) لتكن النقطة Gمرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1، -1، 2 على الترتيب.

أ– عين احداثيي النقطة G.

ب – بين ان (Γ) مجموعة النقط Mمن المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$ هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1 .

التمرين الثالث:.(4 نقاط)

لتكن المتتالية(u_n) المعرّفة على$\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية(v_n) المعرّفة على$\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

1) ا- احسب v_0.

ب- أثبت أنّ(v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالةn .

د- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، ثمّ جِدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب w_0.

ب- بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالةn ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2016$

التمرين الرابع:(6.5 نقطة)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$،
ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$

6) بين أن المنحنى (C_f)يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

7) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي mحلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$

9) أ - بين أن الدالة $F_a : x \to (x+a)\ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \to \ln(x+a)$
على المجال $]-a;+\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y = x + 1$ ، $x = 0$ ، $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشحي قسم 3ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

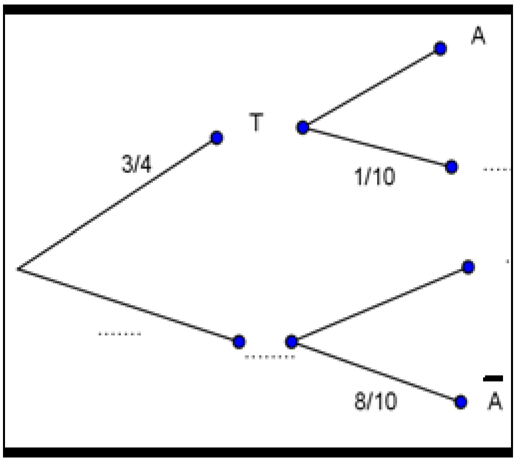
احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح انه مفاجأة إذا عمل بجد ولم ينجح أو نجح و لم يعمل بجد.

نعتبر الحوادث :

T" المترشح يعمل بجد " ، A" المترشح ناجح " و S" المترشح مفاجأة "

نختار عشوائيا مترشحا من هذا القسم :



1- انقل و أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة :

2- أحسب احتمالات الحوادث : $T\cap A$, $T\cap\overline{A}$, $\overline{T}\cap A$.

3- ما هو احتمال أن يكون المترشح ناجحا .

4- علما أن المترشح ناجح ، مااحتمال أن يكون عَمل بجد .

5- بين أن احتمال S هو : $0{,}125$.

التمرين الثاني:(5 نقاط)

. بين أن من أجل كل عدد ين مركبين Z و Z' : $\overline{Z\times Z'}=\overline{Z}\times\overline{Z'}$.

2. Z عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\overline{Z^{n}}=\left(\overline{Z}\right)^{n}$.

I. نعتبر في C المعادلة: $Z^{4}=-4\cdots(E)$

1. بين أنه إذا كان العدد المركب Z حل للمعادلة (E) فإن كل من $-Z$ و $\overline{Z}$ حل كذلك للمعادلة (E).

2. أ) نضع $Z_0=1+i$ ، أكتب Z_0 على الشكل الأسي وبين أنه حل للمعادلة (E).

ب) استنتج الحلول الثلاثة الأخرى للمعادلة (E).

II. في المستوي المركب نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها: $Z_A=1+i$ ، $Z_B=-1+i$ ، $Z_C=-1-i$ و $Z_D=1-i$ على الترتيب، R الدوران الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

نضع: $E=R(B)$ و $F=R(D)$.

1. عين الكتابة المركبة للدوران R.

2. عين Z_E ، Z_F لاحقتي النقطتين E ، F على الترتيب.

3. بين أن $\frac{Z_A-Z_E}{Z_A-Z_F}$ عدد حقيقي، ماذا تستنتج بالنسبة للنقاط A ، E ، F ؟

التمرين الثالث:.(4.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A\left(1;-1;2\right)$، $B\left(3;0;4\right)$ و $C\left(3;3;-2\right)$

والمستقيم $\left(D\right)$ هو: $\begin{cases} x=-2\lambda-1 \\ y=2\lambda-2 \\ z=-8\lambda \end{cases}$؛ حيث $\lambda\in\mathbb{R}$. و الشعاع : $\vec{V}\ (-6;-6;0)$.

1) احسب : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

2) عين احداثيات النقطتين: G، I حيث G مرجح الجملة $\left\{(A,3);(B,-2);(C,1)\ \right\}$ و I منتصف $\left[AC\right]$.

ما طبيعة الرباعي : $ABIG$.

3) أ) عين $\left(S\right)$ مجموعة النقاط M من الفضاء : $3MA^2-2MB^2+MC^2=18$.

ب) عين $\left(P\right)$ مجموعة النقاط M من الفضاء : $\overrightarrow{MG}.\vec{V}=-18$.

ج) عين العناصر المميزة للمجموعة : $\left(S\right)\cap(P)$.

د) بين أن : $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ يتقاطعان وفق المستقيم $\left(D\right)$.

التمرين الرابع:(6.5 نقطة)

I)نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=e^{-x}+x-1$

1)ادرس تغيرات الدالة g .

2)احسب $g\left(0\right)$ و استنتج انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$; $g\left(x\right)\geq 0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$كما يلي : $f\left(x\right)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$ وليكن $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في المعلم م م $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

1)بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f\left(x\right)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{-x}}}$. ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ و فسر النتائج هندسيا .

2)بين أنه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'\left(x\right)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

3)أكتب معادلة المماس للمنحنى عند النقطة O.

4)تحقق من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: أن : $x-f\left(x\right)=\dfrac{xg\left(x\right)}{g\left(x\right)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و $\left(\Delta\right)$ المستقيم : $y=x$.

5) أنشئ $\left(C_f\right)$ و $\left(\Delta\right)$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ نأخذ: $\dfrac{1}{1-e}\approx-0,6$

III) نعتبر المتتالية العددية $\left(U_n\right)$ المعرفة بما يلي: $U_0=1$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $U_{n+1}=f\left(U_n\right)$.

1) بين بالتراجع أن من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\leq u_n\leq 1$.

2) بين أن المتتالية $\left(U_n\right)$ متناقصة (يمكنك استعمال نتيجة السؤال 4(II))

3) استنتج أن $\left(U_n\right)$ متقاربة ثم حدد نهايتها .

أساتذة المادة يتمنون لكم التوفيق **انتهــى .**