متقن : خلاف بشير .خنشـــــــــلة . الأقســـــام : 3 علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2022/2021 المـــــــــدة : 3 ساعات ونصف

اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

التمرين الأول : (05 ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0 = -\frac{5}{4}$

ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (2+u_n)^2 - 2$.

1) أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < -1$

ب)ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

جـ) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim u_n$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = ln(u_n + 2)$

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية . عين اساسها وحدها الاول .

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n الجداء : $p_n = (u_1 + 2)(u_2 + 2)(u_3 + 2).....(u_n + 2)$

التمرين الثاني: (08ن)

الجزء الأول : h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^x - x + 2$

1) ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج إشارة $h(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x

الجزء الثاني : f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

4) عين قيمة العدد الحقيقي b حتى يكون المستقيم (T) ذو المعادلة $y = x + a$ مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين احداثييها .

5) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$

6) m وسيط حقيقي . عين قيم الوسيط m التي من اجلها تقبل المعادلة $x = e^x(m-1) + 1$ حلين متمايزين .

7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة $g : x \mapsto (x-1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من اجل 0 .

ب) احسب بـــ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=0$ ، $x=2$ ، $y=x+2$

التمرين الثاني: (07 ن)

الجزء الأول : g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=-1-\frac{1}{x^2}+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,89<\alpha<1,90$

3) استنتج إشارة $g(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=-x-2+\frac{3+2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$. فسر بيانيا النتيجة . ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{x^2}\times g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

4) أ) تحقق ان : $y=-2x+2$ معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 1 .

ب) بوضع : $f(x)-(-2x+2)=\frac{h(x)}{x^2}$ ادرس اتجاه تغير الدالة h

جـــ) احسب $h(1)$. و عين اشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$. ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة A ؟

5) أ) أنشئ المماس (T) و المقارب (Δ) ثم المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\frac{1}{\alpha})=0,7$)

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=1$ ، $x=e$ ، $y=-x-2$

انتهى.