

## الإختبار الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها  $n$  كرة حمراء و البقية خضراء اللون

حيث  $n$  عدد طبيعي و  $2 \leq n \leq 6$  ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد

① أحسب بدلالة  $n$  كلا من : أ- الإحتمال  $P_1$  للحصول على كرتين من لونين مختلفين

ب- الإحتمال  $P_2$  للحصول على كرتين من نفس اللون

② عين قيمة  $n$  حتى يكون  $P_2$  أصغريا ، ثم أحسبه

③ نأخذ  $n = 4$  وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي  $3^K$  حيث  $K$  هو عدد الكرات الحمراء المسحوبة

❖ عين قيم  $X$  ، و حدد قانون إحتماله

❖ إستنتج قانون إحتمال  $X^2$  ثم أحسب  $E(X^2)$  و  $P(C_5^X = 10)$

التمرين الثاني : I - 1 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} \quad / \quad a \neq 1$$

2 / عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 65535$

3 /  $X, Y, Z$  حدود متعاقبة في متتالية حسابية متزايدة

أ- أثبت أن :  $2^X, 2^Y, 2^Z$  هي حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها أكبر من 1

ب- عين الأعداد  $X, Y, Z$  حيث :  $\begin{cases} X + Y + Z = 9 \\ 2^X + 2^Y + 2^Z = 42 \end{cases}$

II- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $u_n = \int_{n-1}^n 2^{-x} dx$  ( تذكر :  $2^{-x} = e^{-x \ln 2}$  )

1- برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم  $n$  :  $u_n > 0$

2- أحسب  $u_n$  بدلالة  $n$  ، ثم بين أن  $(u_n)$  متتالية هندسية

3- نضع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

\*- برهن أن :  $S_n = \int_0^n 2^{-x} dx$  ، ثم أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثالث : 1 g دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 1 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات g

2- إستنتج إشارة  $g(-x)$  و  $g'(-x)$  على  $\mathbb{R}$

3- تحقق أنه مهما كان العدد الحقيقي  $x$  فإن :  $1 + (x + 1)e^x > 0$

4- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_g)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = 0$  و  $x = 1$

2 f الدالة العددية المعرفة كمايلي :  $f(x) = \ln(e^{-x} + x + 1)$

أ- برر أن f معرفة على  $\mathbb{R}$

ب- أدرس تغيرات f ، ( لاحظ أن :  $f'(x) = \frac{-g'(-x)}{g(-x)}$  )

ج- أثبت أن :  $f(x) = -x + \ln[(x + 1)e^x + 1]$

د- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + f(x)) = 0$

هـ- إستنتج أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  بجوار  $-\infty$

و- أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

ي- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$

3 نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماما :  $h(x) = \ln x$

1/ أثبت أنه من أجل  $x > 0$  لدينا :  $f(x) > h(x)$  ، ماذا تستنتج ؟

2/ أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - h(x))$  ، ماذا تستنتج ؟

3/ أنشئ كلا من  $(T)$  و  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  و  $(C_h)$

4/ ناقش بيانها و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و اشارات حلول المعادلة :

$$f(x) = -x + 1 - 2m$$

بالتوفيق والنجاح



BAC 2 0 2 2 BAC 2 0 2 2 BAC 2 0 2 2 B