



التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين (x, y) : $4x - 9y = 5 \dots (E)$:
- بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حل للمعادلة (E) فإن $x \equiv 8[9]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E)
- 2) a و b عددان طبيعيين حيث $a = 9n + 8$ و $b = 4n + 3$ وليكن $d = PGCD(a, b)$
- ماهي القيم الممكنة d
- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $d = 5$
- 3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $A = 9n^2 + 17n + 8$ و $B = 4n^2 + 7n + 3$
- بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كلا من العددين A و B
- استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- 1) (u_n) متتالية معرفة على N ب $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ من أجل كل n من N : $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$
- نضع من أجل كل n من N : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$
- 1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ يطلب حساب حدها الأول v_0 و اعطاء عبارة حده العام v_n .
- 2) بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول w_0 .
- 3) اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n ثم بين أن: $u_n = \frac{n}{5^{n-1}}$
- 4) أ — بين أنه من أجل كل n من N^* : $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ (يمكن البرهنة على أن: $u_{n+1} - \frac{2}{5}u_n \leq 0$)
ب — استنتج أنه من أجل كل n من N^* : $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$
ج — استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$



- I. 1] نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2e^x - x - 2$
- أ- أدرس تغيرات الدالة g و أكتب جدول تغيراتها .
- ب- برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل على \mathbb{R} حلان أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $-1,6 < \alpha < -1,5$
- ج- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
- 2] نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} حيث: $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ و نسمي (C_f) منحنيا البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الرسم 2 cm
- أ- أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النهاية الأولى بيانيا .
- ب- برهن انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x \cdot g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- ج- بين أن: $f(\alpha) = -\frac{\alpha(\alpha+2)}{4}$ ، و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
- د- ارسم (C_f) في المعلم المذكور سابقا
- II. ليكن m عدد حقيقي و نضع: $I_m = \int_m^0 f(x) dx$
- 1] فسر بيانيا العدد الحقيقي I_m
- 2] بإستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب: $\int_m^0 x e^x dx$ ، ثم أستنتج $I_m = \int_m^0 f(x) dx$
- 3] احسب: $\lim_{m \rightarrow -\infty} I_m$

انتهى