

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

التمرين الأول (05 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقط  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(1; -6; -1)$ ,

$C(2; 2; 2)$ ,  $I(2; -1; 1)$  و  $\Omega(3; 1; 3)$

أ - تحقق أن النقط  $A, B$  و  $C$  تعين مستويا.

ب - بين أن الشعاع  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$  هو شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$ , ثم عين معادلة ديكرتية له.

2) ليكن  $(P)$  المستوي ذو المعادلة  $x - y + z - 4 = 0$  و  $(S)$  سطح الكرة ذات المركز  $\Omega$  و نصف القطر 3

أ - بين أن المستويين  $(ABC)$  و  $(P)$  متقاطعان و  $t \in \mathbb{R}$ , تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما  $(D)$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

ب - بين أن النقطة  $I$  تنتمي إلى المستقيم  $(D)$  و إلى سطح الكرة  $(S)$

ج - بين أن المستقيم  $(D)$  يقطع سطح الكرة  $(S)$  في نقطة ثانية  $L$  يطلب تعيينها

التمرين الثاني (05 نقاط) :

1) حل في  $\mathbb{C}$  مجموعة الأعداد المركبة المعادلة:  $(z-4)(z^2+4z+16)=0$

2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  ولتكن النقط  $A, B, C$  التي لواحقها على الترتيب

$$z_C = \overline{z_B} \text{ و } z_B = -2 + 2i\sqrt{3}, z_A = 4$$

أ - بين النقط  $A, B$  و  $C$  تنتمي إلى نفس الدائرة  $(C)$  يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها, ثم علم هذه النقط

ب - أكتب كلا من العددين  $z_C - z_A$  و  $z_B - z_A$  على الشكل الأسّي, ثم بين أن  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$

ج - استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  و زاوية للدوران  $r$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $C$  إلى  $B$

د - عين  $z_E$  لاحقة النقطة  $E$  صورة  $B$  بالدوران  $r$

هـ - ما طبيعة الرباعي  $AEBC$ ? علل إجابتك

4) لتكن  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث  $|z-4| = |z+2-2i\sqrt{3}|$

أ - بين أن كل من النقطتين  $E$  و  $C$  تنتميان إلى  $(\gamma)$

ب - عين طبيعة المجموعة  $(\gamma)$

### التمرين الثالث (03 نقاط):

يحتوي صندوق 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 4, 4, 5 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 5, 5, 4, 4, 1 نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي

1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

أ - باعتماد ألوان الكرات.

ب - باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2) احسب احتمال الحوادث الآتية:

أ -  $A$ : الكرتان المسحوبتان بيضاوان

ب -  $B$ : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء

ج -  $C$ : لا يظهر الرقم 1

### التمرين الرابع (07 نقاط):

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = x + 3 \ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $x$ :  $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$  ثم استنتج اتجاه تغير

الدالة  $f$

2) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند 0 و  $+\infty$  ثم شكل جدول تغيراتها

3) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$

4) أحسب  $f(4)$  ثم أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(II) لتكن المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة ب:  $u_0 = \frac{3}{2}$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$ ,  $n$  عدد طبيعي

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $1 < u_n < 2$

2) أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و استنتج أنها متقاربة ثم عين نهايتها



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (04,5 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

ليكن المستوي  $(P_1)$  ذو المعادلة  $x - 2y + 4z - 9 = 0$

$$\text{و المستوي } (P_2), \text{ حيث } \begin{cases} x = \alpha - 3 \\ y = \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases} \text{ تمثيلا وسيطيا له ( } \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان حقيقيان )}$$

(1) بين أن  $0 = -2x + y + z - 6$  معادلة ديكراتية للمستوي  $(P_2)$

(2) بين أن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  متعامدان, ثم جد تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما  $(\Delta)$

(3) لتكن النقطة  $A(-9; -4; -1)$  من الفضاء

أ - أحسب بعدي النقطة  $A$  عن المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$

ب - استنتج المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$

(4) نعتبر من أجل كل عدد حقيقي  $t$  النقطة  $M(-7+2t; -8+3t; t)$  و الدالة  $d$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $d(t) = AM^2$

أ - بين أن  $d(t) = 14t^2 - 14t + 21$

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة  $d$  و استنتج قيمة  $t$  التي من أجلها تكون  $AM^2$  أصغر ما يمكن

ج - استنتج مرة أخرى المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$

### التمرين الثاني (04,5 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

ولتكن النقط  $A, B, C$  صور الأعداد المركبة  $z_A = -3e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ,  $z_B = 1 + i$ , و  $z_C = -3$

(1) أكتب على الشكل الآسي الأعداد  $z_A, z_B, z_C$

(2) عين  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$

(3) أ- عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق  $AM^2 + BM^2 - CM^2 = -13$

ب - بين أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المجموعة  $(E)$  ثم انشئ  $(E)$

(4) تحقق أن النقط  $O, B, G$  في إستقامية

(5) عين صورة المجموعة  $(E)$  بالتحاكي الذي مركزه  $O$  و يحول النقطة  $B$  إلى  $G$  محددًا عناصرها المميزة

### التمرين الثالث (04 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $]-3; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = \frac{5x+3}{x+3}$

و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . ( انظر الشكل في الأسفل )

1) لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بـ  $u_0 = 1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = h(u_n)$

أ - مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  دون حسابها

ب - ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها

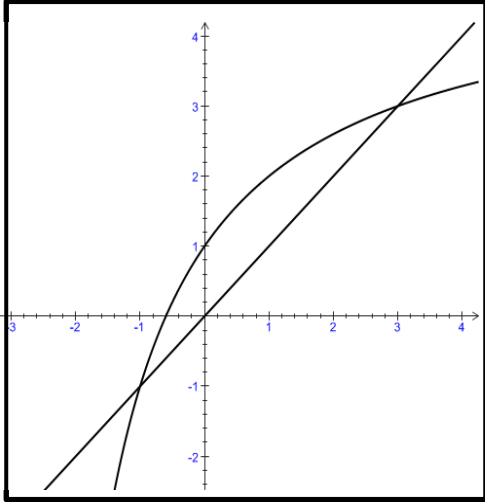
2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 \leq u_n \leq 3$

ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماماً و استنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $IN$  بـ :  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

أ - أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب - اكتب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  و أحسب  $\lim u_n$



### التمرين الرابع ( 07 نقاط ) :

لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = x - e^{-\frac{x}{2}}$

1) أدرس تغيرات الدالة  $g$

2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $a$  حيث  $0,70 < a < 0,71$

3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (2x - 4)e^{\frac{x}{2}} + 2 - x$

نسمي  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 1 cm)

1) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها

3) بين أن  $f(a) = 4 - a - \frac{4}{a}$  ثم استنتج حصر  $a$

4) بين أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = 2 - x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

5) أكتب معادلة  $(T)$  مماس المنحني  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0

6) حل في  $IR$  المعادلة  $f(x) = 0$  ثم أرسم  $(D)$ ,  $(T)$  و  $(C_f)$

III) 1) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب التكامل  $\int_0^x (2t + 4)e^{\frac{t}{2}} dt$

2) أحسب بالسنتمتر المربع  $A$  مساحة الحيز المحدد بالمنحني  $(c_f)$  و المستقيم  $(D)$  و المستقيمين اللذين

معادلتيهما  $x = 2$  و  $x = -2 \ln 2$



