الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
تحضير امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية
المادة: رياضيات **جمع الأستاذ: عبد الحميد بوقطوف**

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) **عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد** 2^n **على** 5 **من أجل كل عدد طبيعي** n **حيث:** $n \in \{1; 2; 3; 4\}$
2) **بين أنه من أجل كل عدد طبيعي** n **فإن:** $2^{4n} \equiv 1\ [5]$.
3) **استنتج بواقي القسمة الإقليدية لكل من:** 2^{4n+1}، 2^{4n+2}، 2^{4n+3} **على** 5.
4) **عين باقي قسمة كل من** 2^{1436} **و** 2^{2015} **على** 5.
5) **تحقق أن:** $2017 \equiv 2\ [5]$، **ثم استنتج باقي قسمة** 2017^{2014} **على** 5.

التمرين الثاني:

(u_n) **متتالية عددية معرفة كما يلي:**

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$$

1) **أحسب كلا من** u_1، u_2 **و** u_3.
2) **نضع:** $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ **من أجل كل** n **من** $\mathbb{N}$.
أ- برهن أن (v_n) **متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.**
ب- عين عبارة الحد العام v_n **بدلالة** n، **ثم استنتج عبارة** u_n **بدلالة** n.
3) **أ- أحسب المجموع** S_n **بدلالة** n، **حيث:** $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$،
ب- استنتج المجموع S'_n **بدلالة** n، **حيث:** $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الثالث:

لتكن f **الدالة المعرفة على** $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ **كما يلي:**

$$f(x) = \frac{3 + 2x}{1 - 2x}$$

و (C_f) **تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس** $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
1) **أدرس تغيرات الدالة** f **ثم شكل جدول تغيراتها.**
2) **استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى** (C_f).
3) **عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى** (C_f) **مع محوري الإحداثيات.**
4) **أكتب معادلة المماس** (Δ) **عند النقطة ذات الفاصلة** $x_0 = 0$.
5) **أرسم المماس** (Δ) **والمنحنى** (C_f).

التمرين الأول:

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة، معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_6 = 448 \\ u_3 \times u_5 = 12544 \end{cases}$$

1) أحسب الحد u_4 ثم الأساس q لهذه المتتالية.

2) أحسب الحد الأول u_0 لهذه المتتالية.

3) نضع: $u_0 = 7$ و $q = 2$.

- أكتب عبارة u_n بدلالة n.

4) بين أن 896 هو حد من حدود المتتالية (u_n) وحدد رتبته.

5) أحسب المجموع: $S = u_6 + u_7 + \cdots + u_n$.

التمرين الثاني:

a، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 و باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1) عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ و $a^2 - b^2$.

2) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1\ [7]$.

ب- تحقق أن: $2015 \equiv 6\ [7]$.

- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 2015^{2014} و 2015^{2015} على 7.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة المعرفة على بـ:

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$.

3) برهن أن النقطة A التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) تحقق أن النقطة $B(2\,;-4)$ هي نقطة من المنحنى (C_f)، ثم أوجد معادلة للماس (Δ) عند النقطة B.

5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

انتهى