الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية.

ثانوية: الشهيد باهي الطاهر بالعقلة **السنة الدراسية: 2022/2021**

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي **المدة: 2 ساعة**

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

أ) بين من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1} = 1 - \dfrac{4}{u_n + 3}$ ، ثم برهن بالتراجع أن: $-1 < u_n \leq 0$

ب)حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب)احسب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n.

3- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \ldots\ldots + u_n \times v_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ و $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$ ونعتبر $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$ و $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث مع التعليل

1- أ) $I_1 = \ln 2$ ب) $I_1 = \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_1 = \ln 3$

2- أ) $I_1 + I_2 = \int_0^1 x dx$ ب) $I_1 + I_2 = \dfrac{1}{2}\int_0^1 x dx$ جـ) $I_1 + I_2 = 2\int_0^1 x dx$

3- أ) $I_2 = 1 - \ln 2$ ب) $I_2 = 1 - \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_2 = \dfrac{1}{2}(1 - \ln 2)$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $D =]1, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) حدد اتجاه تغير الدالة f على D ، واستنتج جدول تغيراتها.

2- أثبت أن المستقيم (Δ) معادلته: $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) محددًا الوضع النسبي بينهما.

3- تحقق أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة فاصلتها 2 معادلته: $y = 3 + \ln 4$

4- أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T)

5- m وسيط حقيقي

أ) تحقق أن النقطة $A(2; 3 + \ln 4)$ نقطة ثابتة من المستقيم معادلته: $y = mx - 2m + 3 + \ln 4$

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - 2m + 3 + \ln 4$