ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم **العام الدراسي 2022/2021**

الأقسام : 3 تقني رياضي ه م+ه ك **اختبار فصل الثاني في مادة الرياضيات** **المدة : ساعتان**

التمرين الأول :

I) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=1-\frac{x}{2}-\frac{2}{e^x+1}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ ، استنتج أن f دالة فردية .

ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

ثم استنتج أنه من أجل $x\in[0;+\infty[$ فإن : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{x}{2}$

3) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-1+\frac{x}{2}\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب (Δ') عند $(-\infty)$.

4) أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات المقاربة .

5) العدد الحقيقي λ موجب تماما . أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

و المستقيمات : $x=\lambda$, $x=0$, $y=1-\frac{x}{2}$. (لاحظ: $\left(\frac{1}{1+e^x}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}\right)$)

ثم أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$.

II) المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني:

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 بحيث: $A_n=3^{16n+6}-2\times109^{2n+3}-13$ ؟

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4)\times9^n+7^{2n+1}\equiv3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4)\times9^n+7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.

3) أ)احسب بدلالة n المجموع $S_n=1+3+3^2+....+3^n$

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي S_n قابلا القسمة على 10

بالتوفيق والسداد

ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم **العام الدراسي 2022/2021**

الأقسام : 3 رياضي **اختبار فصل الثاني في مادة الرياضيات** **المدة : ساعتان**

التمرين الأول:

نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n=1^2+3^2+5^2+....+(2n-1)^2$.

1/ أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد غير معدوم n : $S_n=\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$.

ب- أحسب المجموع : $S=11^2+13^2+15^2+....+31^2$.

2/ نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $A_n = n(2n-1)(2n+1)$.

أ- عين قيم n التي من أجلها يكون العدد A_n مضاعفا للعدد 6.

ب- أثبت أن $A_n \equiv 0[5]$ تكافئ $n(n^2-4) \equiv 0[5]$

ج- عين قيم n التي تحقق: $A_n \equiv 0[5]$. ثم استنتج قيم n التي تحقق: $A_n \equiv 0[30]$.

التمرين الثاني

الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$

ب / احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y = x - e$

و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج/ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f)

4) المستقيم (D_m) الذي معادلة له : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ بحيث m عدد حقيقي.

أ/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e \,;\, \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f).

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1 + X^n\right)dx$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1.

ب/ بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$ **ج/** عين اتجــاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6) باستعمال : $\ln(1+x) \le x$ ،من أجل كل $x \in]0;+\infty[$

أ/ استنتج أن : $0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\,dx - 1 + \ln 4$ **ب/** أعط حصرا للعدد $I + I_1$