

التمرين الأول

( 04 نقاط ) :

لكل سؤال توجد إجابة واحدة عيّنها مع التبرير :

1.  $a$  عدد حقيقي . الأعداد :  $a$  ،  $a + 3$  ،  $a + 9$  بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل :

$a = -1$  [ ج ]

$a = 5$  [ ب ]

$a = 3$  [ أ ]

$a = 2$  [ د ]

2. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المجموع :  $S = e^{\ln 5} + e^{2\ln 5} + e^{3\ln 5} + \dots + e^{n\ln 5}$  فهو يساوي :

$S = \frac{1}{4}(1 - 5^{n+1})$  [ ج ]

$S = -\frac{5}{4}(1 - 5^n)$  [ ب ]

$S = 5^{n+1} - 1$  [ أ ]

$S = \frac{5}{4}(5^{n+1} - 1)$  [ د ]

3. العدد  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$  بعد تبسيطه هو :

$A = -1$  [ ج ]

$A = 1$  [ ب ]

$A = 0$  [ أ ]

$A = e$  [ د ]

4. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة بحددها العام :  $v_n = \ln(n + 2) - \ln(n + 1)$ .

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، المجموع  $S_{2020} = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2020}$  يساوي :

$1 - \ln 2022$  [ ج ]

$\ln\left(\frac{2022}{2021}\right)$  [ ب ]

$-\ln 2022$  [ أ ]

$\ln 2022$  [ د ]

التمرين الثاني : ( 05 نقاط )

لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بـ :  $U_0 = e - 1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = (1 + U_n)e^{-1} - 1$ .

1. أحسب الحدود :  $U_1$  ،  $U_2$  و  $U_3$ .

2. أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 + U_n > 0$ .

3. بيّن أنّ المتتالية  $(U_n)$  متناقصة . برّر أنّ المتتالية  $(U_n)$  متقاربة ثمّ أحسب نهايتها.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $V_n = 2(1 + U_n)$ .

أ . بيّن أنّ المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حددها الأول .

ب . أكتب  $U_n$  و  $V_n$  بدلالة  $n$ .

ج . أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = \ln(V_0) + \ln(V_1) + \ln(V_2) + \dots + \ln(V_n)$ .

التمرين الثالث : ( 04 نقاط )

يحتوي صندوق على أربعة كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، -1 و أربع كرات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، -1 و أربع كرات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، -1 ، -1

كل الكرات متجانسة و لا نميّز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد و نعتبر الأحداث التالية :

$A$  : " الحصول على الألوان الثلاثة " ،  $B$  : " الحصول على نفس الرقم "

1. ما هو عدد الإمكانيات ؟

2. أ . أحسب كلا من  $P(A)$  ،  $P(B)$  ثم بيّن أنّ  $P(A \cap B) = \frac{3}{110}$ .

ب . هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان ؟ برّر إجابتك .

ج . استنتج  $P_A(B)$  و  $P_B(A)$ .

3. نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق .

عرف قانون الإحتمال للمتغير  $X$  ثمّ أحسب أمله الرياضيائي  $E(X)$ .

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\frac{3}{2}; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{5}{2} \ln(2x + 3)$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس  $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} f(x)$  ثمّ فسّر هندسيا النتيجة الثانية .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]-\frac{3}{2}; +\infty[$  ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. أثبت أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها .

4. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $\frac{3}{2}$ .

5. أحسب  $f(0)$  و  $f(3)$  ثمّ أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $2x + 3 = e^{\frac{2}{5}(-x^2 + 3x + m)}$ .

7. أ . تحقق أنّ الدالة  $\frac{1}{2}[(2x + 3) \ln(2x + 3) - 2x]$  هي دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \ln(2x + 3)$ .

ب . أحسب مساحة حيز المستوي بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمات التي معادلاتها :  $y = 0$  ،  $x = -1$  و  $x = 1$ .

8. لتكن  $g$  دالة معرفة على المجال  $]-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 3|x| + \frac{5}{2} \ln(3 - 2|x|)$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ . أدرس شفعية الدالة  $g$ .

ب . إشرح كيفية رسم  $(C_g)$  اعتمادا على منحنى الدالة  $f$  ، ثمّ أرسمه بلون مغاير في نفس المعلم السابق.