الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سـطيف — ثانوية : مولود قاسم – مـزلوق

أروع بـكالوريا تجريبية جزائرية — من فكر الأستاذ: عبد السّلام صلاح الدين

السنـة الدراسية : G_{101} — الشعبة: علوم تجريبية ، تقني ريـاضي

اختبار في مادة الريـاضيات — المـدة : 3 سا و 30 د + 1 سا لـ ت ر

اختر أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول : ﴿04 نقاط﴾

$n \in \mathbb{N}$ و $2 \le n \le 2019$ في ثانوية مولود قاسم - مزلوق - عين ارنات - يدرس 2021 تلميذ من بينهم n إناث والباقي ذكور ، يحوي قسم تقني رياضي (MT) على 101 تلميذ نريد تشكيل لجنة للثانوية تتكون من تلميذين

1) ما احتمال الحادثتين التاليتين: A "اللجنة تحوي على الأكثر ذكر"

B "إذا حضر تلميذ من (MT) في اللجنة لا يحضر آخر من نفس الشعبة "

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة عدد الذكور فيها

أ) اكتب قانون احتمال X

ب) اكتب $E(X)$ بدلالة n وما هي قيمة n التي تجعل $E(X)$ أعظمي

3) ماهي أصغر قيمة للعدد n حتى يكون $P(A) \ge 0.918$

التمرين الثاني : ﴿04 نقاط﴾ (خاص بالعلمي)

u و v متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{42}{43}u_n + 47$, $v_n = \ln(a - u_n)$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $u_n \le a$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = 47\left(\frac{42}{43}\right)^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية u

2) عين a حتى تكون v متتالية حسابية أساسها $\ln\frac{42}{43}$

3) في كل ما يأتي نضع $a = 2021$, اكتب v_n و u_n بدلالة n

4) اكتب بدلالة n العبارتين $s_n = \frac{1}{43}\left(e^{v_0} + e^{v_1} + ... + e^{v_{n-1}}\right)$; $s'_n = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$ ثم احسب $\lim \frac{s'_n}{n}$

التمرين الثاني : ﴿04 نقاط﴾ (خاص بالتقني رياضي)

المستوي منسوب الى معلم م وم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $M(x\,;y)$ نقطة من المستوي حيث $(x\,;y) \in \mathbb{R}^2$ نعتبر المستقيم $(D): 120x + 11y = 667$ والمستقيم $(D'): 2021x - y = 10098$ ، لتكن $P(u\,;v)$ نقطة من (D) حيث $(u\,;v) \in \mathbf{Z}^2$

1) عيّن احداثيتي Q نقطة تقاطع (D) مع (D') ثم عين مجموعة النقط P .

2) عيّن مجموعة النقط P التي تنتمي الى القرص الذي مركزه O و نصف قطره 128

3) $n \in \mathbb{N}$ ، ادرس بواقي قسمة 5^n على 9 ثم عين باقي قسمة العدد $1442^{2021} + 2021^{1442}$ على 9

4) n عدد طبيعي يكتب بالشّكل $\overline{1ab8}^{11}$ و بالشّكل $\overline{268a}^{9}$ ، جد a و b ثم اكتب n في النظام العشري

التمرين الثالث : (05 نقاط)

نعتبر النقط A,B,C,D,E حيث : $Z_A = i$; $Z_B = -7$; $Z_C = -2-5i$; $Z_D = 5-4i$; $Z_E = 1+2i$

1) قارن بين : $Z_A + Z_C$ و $Z_B + Z_D$ ، أكتب $\frac{Z_D - Z_B}{Z_C - Z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

2) (E_1) مجموعة النّقط $M(Z)$ حيث : $\overline{Z} + i - re^{-i\frac{\pi}{4}} = 0$ مع $r \in \mathbb{R}_+$ ، تحقّق أنّ $E \in (E_1)$ ثمّ عيّن (E_1)

3) لتكن G_α مرجح الجملة $\{(A; -6\alpha - 1), (B; 3\alpha), (C; 2\alpha), (D; \alpha)\}$ حيث : $\alpha \in \mathbb{R}_+$

أ) عيّن لاحقة G_α بدلالة α ثمّ بيّن أنّ $G_\alpha \in (E_1)$

ب) عيّن (E_α) مجموعة النقط $M(Z)$ حيث : $\|(-6\alpha - 1)\overrightarrow{MA} + 3\alpha\overrightarrow{MB} + 2\alpha\overrightarrow{MC} + \alpha\overrightarrow{MD}\| = \sqrt{2}$

ج) من أجل $\alpha = 101$ عيّن لاحقة G_{101} ثم عين $(E_1) \cap (E_{101})$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\boldsymbol{f(x) = x^4 e^{-x-1}}$

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا

2) احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيرات f

3) احسب $f''(x)$ ثمّ عيّن إحداثيات نقط انعطاف المنحنى (C_f)

4) بيّن أنّ لـ (C_f) مماسين (T_1) و (T_2) يشملان المبدأ ثمّ اكتب معادلتين لهما (حيث (T_2) معامل توجيهه موجب تماما)

5) انشئ (T_2) ثمّ (C_f)

6) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$

7) g دالة معرّفة بـ : $g = 0.2 f^{-2021} - 1.2$ ، اكتب g' بدلالة f و f' ثم أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_g) عند $x = -1$

مهما كان مستواك من التحضيري إلى فلسفة الدكتوراه ستجد في

أروع بكالوريا تجريبية جزائرية

مالا عين رأت ولا أذن سمعت ولا يد نقّلت ولا خطر على قلب بشر

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : ﴿04 نقاط﴾

f دالة مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]-3;+\infty[$ معرّفة بـ : $f(x)=\frac{2068\,x}{x+47}$

u و v متتاليتان معرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=47$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ ، $v_n=1-\frac{2021}{u_n}$

1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n $47\le u_n<2021$ وادرس اتّجاه تغيّر u ثمّ استنتج أنّها متقاربة

2) بيّن أنّ v متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{44}$ ثمّ اكتب v_n و u_n بدلالة n و احسب $\lim u_n$

3) اكتب بدلالة n العبارة : $S_n=2021\left(\frac{1}{u_n}+\frac{1}{u_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{u_{n+2020}}\right)$ و احسب $\lim S_n$

التمرين الثاني : ﴿04 نقاط﴾ (خاص بالعلمي)

كيس به 3 كريات بيضاء مرقمة بـ 2 ، 1 ، 1 و 4 حمراء مرقمة بـ 2 ، 2 ، 2 ، 1 نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين

1) ما احتمال الحادثتين A: "الكريتان المسحوبتان تحملان رقم فردي" ، B "الكريتان المسحوبتان ذات لونين مختلفين"

2) احسب $p(A\cap B)$ و استنتج $p(A\cup B)$.

3) جد قانون احتمال X حيث X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

4) $x\in\mathbb{N}^*$ ،في لعبة يقوم لاعب بسحب كريتين في آن واحد ,فإذا تحصل على كريتين بيضاوين يخسر $7x^2$ دينار، واذا تحصل على كريتين مختلفتين في اللون يربح $7070x$ دينار,واذا تحصل على كريتين حمراوين يخسر14274326.5دينار

أ) عين قيم x حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

ب) ماهي قيمة x التي من اجلها يكون متوسط الربح أعظميا ، احسب قيمته عندئذ

التمرين الثاني : ﴿04 نقاط﴾ (خاص بالتقني رياضي)

1) لتكن المعادلة $(E)....2021\,x-1442\,y=11$ حيث $x\,;\,y$ عددان صحيحان

بالاستعانة بخوارزمية إقليدس عين $PGCD(2021;1442)$, جد حلا خاصا لـ (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

2) $n\in\mathbb{N}$ يكتب بالشكل $\overline{1abc}^{11}$ حيث تشكل الأعداد $a,b,c+1$ بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية

و (a,b) حل لـ(E) ، جد الأعداد الطبيعية a,b,c ثم اكتب n في النظام العشري

3) $n\in\mathbb{N}$ ، ادرس بواقي قسمة 2^n على 3 ثم عين قيم n حيث $1442\,n+2021^n\equiv 2[3]$ و $1437<n<1443$

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+4=0$ ثم استنتج حلول المعادلة $z^4+4=0$

2) نعتبر النقط: F,E,D,C,B,A حيث: $z_A=2i$; $z_B=1+i$; $z_C=\overline{z_B}$; $z_D=\overline{z_A}$; $z_E=1$; $z_F=-z_B$

- اكتب على الشكل الآسي العددين z_A , z_B ثم اكتب على الشكل الجبري العدد $\left(8^{-0,5}z_A\,z_B\right)^{2020}$

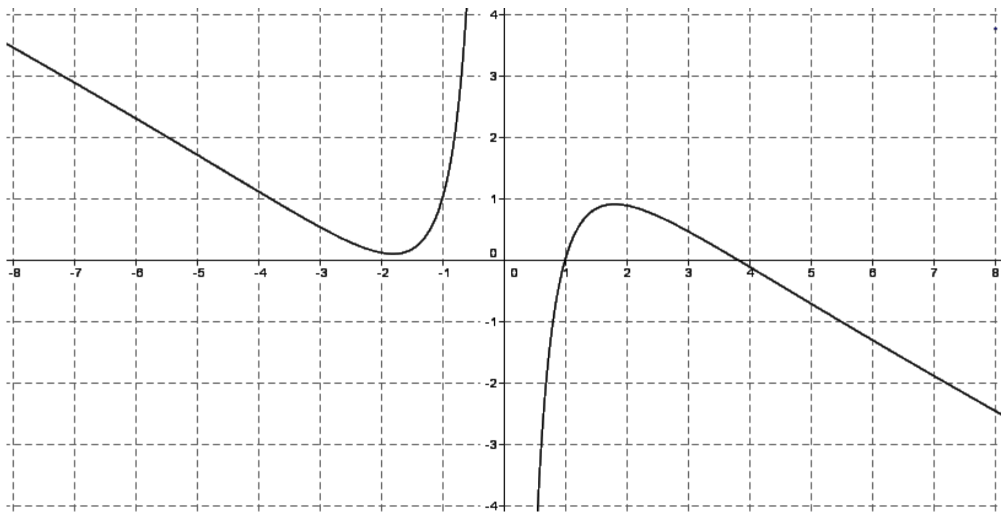
3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون $(z_A)^n=a\,i$ مع $a\in\mathbb{R}_+^*$ و $2017<n<2025$

4) احسب $\left|\frac{z_B-z_A}{z_C-z_D}\right|$, $\arg\left(\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}\right)$ و قارن بين z_A+z_C و z_B+z_D ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

5) أ) عيّن (E_1) مجموعة النقط $M(Z)$ حيث $\overline{z}-1-2020\sqrt{2}\,e^{-i\theta}=0$ مع $\theta\in\mathbb{R}$

ب) عيّن (E_2) مجموعة النقط $M(Z)$ حيث $\left|\frac{z+2i}{\overline{z}-1-i}\right|=1$ ثمّ عين $(E_1)\cap(E_2)$

التمرين الرابع : (07 نقاط)



f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي $f(x)=2(\ln|x|)^2-\frac{1}{4}(x-1)^2$ يعطى (C_f) في الشكل أعلاه ويعطى

$f(c)\simeq1.60$ $f(a)=f(d)=f'(c)=f'(1)=f''(b)=0$; حيث $a\simeq-0.57$; $b\simeq1.81$; $c\simeq3.81$; $d\simeq6.13$

I) بيّن أن $\boxed{f(-x)=f(x)-x}$ ثم استنتج العبارتين : $f'(-x)=1-f'(x)$; $f''(-x)=f''(x)$

II) **بقراءة بيانية واستغلال المعطيات والسؤال السابق : (لا يطلب حساب $f'(x)$ و $f''(x)$)**

1) احسب $\lim_{|x|\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to0}f(x)$ ثم شكّل جدولي تغيرات f و اشارة $f''(x)$ مستنتجا فواصل نقط انعطاف (C_f)

2) $\alpha\in\mathbb{R}^*$ ، بين أن (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما 1 عند نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما ثم اكتب بدلالة α ، $f(\alpha)$

، $f'(\alpha)$ معادلة للمماس $(T_{-\alpha})$ لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$ واستنتج معادلتي (T_{-C}) ، (T_{-1})

3) شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}^*$ ثم استنتج جدول اشارة $f(-x)$ على $\mathbb{R}^*$ والوضع النسبي لـ (C_f) مع (T_{-1})

4) انشئ $(T_{-1}),(T_{-C})$ ثم (C_f)

5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$

6) g دالة معرفة بـ $g=f^{-2020}$ ، اكتب g' بدلالة f و f' ثم اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_g) عند $x=-1$

انتهى الموضوع الثاني