الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبية
الشعبة: تقني رياضي

مديرية التربية لولاية وهران
ثانويات مقاطعة وهران 04
دورة: 2021

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 4 سا ونصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4 نقاط)

تحتوي علبة على تسع بطاقات لا يمكن التمييز بينها. بطاقتان بيضاوان تحملان الرقم 1 و ثلاث بطاقات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2 و أربع بطاقات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 3 . نسحب عشوائيا من العلبة بطاقتين على التوالي و بدون إرجاع ، نعتبر الحادثتين التاليتين:

A " البطاقتان المسحوبتان من نفس اللون " ، B " البطاقتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم "

1) بين أن: $p(A)=\frac{5}{18}$ ثم احسب $p(B)$.

2) أ ـ احسب احتمال سحب بطاقتين من نفس اللون وتحملان نفس الرقم.

ب ـ استنتج $p(A\cup B)$.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب المضاعف المشترك الأصغر للرقمين المسحوبين.

أ ـ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

ب ـ احسب التباين $V(X)$ ثم استنتج $V(-3X)$.

التمرين الثاني:(4 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=-1$ ، $u_1=\frac{1}{2}$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على بـ: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$

1) أ ـ اثبت أن (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول v_0 .

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n .

ج ـ احسب بدلالة n الجداء: $p_n=v_0\times v_1\times\cdots\times v_n$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} p_n$.

2) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n=\frac{u_n}{v_n}$

أ ـ اثبت أن (w_n) متتالية حسابية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول w_0.

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n ثم عين أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق: $10^{w_n}>2021$

ج ـ احسب بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n=u_0+2u_1+2^2u_2+\cdots+2^nu_n$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:(4 نقاط)

من بين الإجابات المقترحة اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التعليل.

1) باقي القسمة الإقليدية للعدد 1954^{2020} على 5 هو: أ ـ 1 ب ـ 2 ج ـ 3

2) في مجموعة الأعداد الصحيحة حلول المعادلة التالية $12x+17y=1$ هي الثنائيات $(x;y)$ حيث:
أ ـ $(17k-7;5-12k)$ ب ـ $(-7k;5k)$ ج ـ $(17k-5;7-12k)$. حيث $k\in\mathbb{Z}$

3) a عدد طبيعي حيث: $a=\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5. a يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل:
أ ـ $a=\overline{111}$ ب ـ $a=\overline{303}$ ج ـ $a=\overline{222}$

4) في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة ذات المجهول x التالية $x^2-4x-2\equiv 0[5]$:
أ ـ لا تقبل حلولا ب ـ حلولها تحقق: $x\equiv -3[5]$ ج ـ حلولها تحقق: $x\equiv 1[5]$ أو $x\equiv 3[5]$

التمرين الرابع:(8 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+xe^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ ـ (T) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $J(0;1)$. اكتب معادلة للمماس (T) .

ب ـ اكتب معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) ويشمل النقطة ذات الفاصلة $A(-1;1-e)$.

4) أ ـ برهن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1\leq\alpha$.

ب ـ بين أن: $e^{\alpha}=-\alpha$ ثم استنتج طريقة لإنشاء نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل بدقة.

5) أنشئ المستقيم (T')، المماس (T) والمنحنى (C_f) .

6) m وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $\frac{1-m}{x}=1-e^{-x}$ .... (E)

أ ـ بين أن كل حل للمعادلة (E) هو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم: $(T_m): y=x+m$.

ب ـ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E) .

7) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n=\ln\left[f(n)-1\right]$

ـ اكتب بدلالة n عبارة المجموع S_n المعرف بـ: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

8) لتكن الدالة k المعرفة على $[-1;1]$ بـ: $k(x)=f\left(x^2\right)$

أ ـ عين الدالة المشتقة k' بدلالة f' .

ب ـ ادرس اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

يحتوي صندوق على ثماني كرات متمايزة لا نفرق بينها عند اللمس, منها كرتان حمراوان تحملان الرقم 0 و ثلاثة كرات بيضاء تحمل الرقم 2 و ثلاثة كرات خضراء تحمل الارقام 1, 2, 4.

I. نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الصندوق

1) احسب احتمال الحدثين التالين :

A :" الكرات المسحوبة لا تحمل الرقم 0". B :" جداء الأعداد الظاهرة على الكرات المسحوبة يساوي 8".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الأعداد الظاهرة على الكرات المسحوبة.

أ ـ عين قيم المتغير العشوائي X و حدد قانون احتماله.

ب ـ احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X و انحرافه المعياري.

II. في هذه المرحلة نعوض الكرات الثلاثة البيضاء ب n كرة بيضاء حيث n عدد طبيعي و $n>2$, ثم نسحب عشوائيا كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة الأولى إلى الصندوق.

نعتبر الحدثين التاليين: E :" الكرتان المسحوبتان بيضاوان" F :" الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون".

أ ـ احسب $p(E)$ بدلالة n.

ب ـ بين أن $p(D)=\dfrac{n^2+13}{n^2+10n+25}$ ثم عين اصغر قيمة ل n حتى يكون $p(D)>\dfrac{1}{2}$.

التمرين الثاني:(4.5 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=11$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=2+\sqrt{u_n-2}$.

1) برهن بالتراجع انه من اجل أجل كل عدد طبيعي n فان : $3\le u_n\le 11$.

2) ا− تحقق انه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n-2}(1-\sqrt{u_n-2})$.

ب− اثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

3) ا− برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_{n+1}-3\le\frac{1}{2}(u_n-3)$.

ب− استنتج انه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n-3\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و احسب نهاية المتتالية (u_n) .

4) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب $v_n=ln(u_n-2)$.

ا− بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها و حدها الاول.

ب− اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ مرة ثانية.

5) احسب الجداء $P_n=(u_{1442}-2)\times(u_{1443}-2)\times\ldots\times(u_{2021}-2)$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:(4 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) (u_n) متتالية حسابية حيث $u_3 = 25$ و $u_8 = 3$ ـ أساس المتتالية (u_n) هو:

أ ـ $\frac{-22}{5}$ ب ـ $\frac{22}{5}$ ج ـ $\frac{-3}{8}$

2) نعتبر المعادلة ذات المجهول x التالية $-2e^{2x} + 4e^{x} - 4 = 0$

ـ حلول هذه المعادلة هي S حيث: أ ـ $S = \{0;1\}$ ب ـ $S = \{0\}$ ج ـ $S = \phi$

3) ليكن X المتغير العشوائي وقانون احتماله معرف بالجدول المقابل:

$X = x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	α	2α	3α

قيمة العدد الحقيقي α هي:

أ ـ $\frac{1}{9}$ ب ـ $\frac{1}{3}$ ج ـ $\frac{1}{6}$

4) قسم دراسي يتكون من 3 ذكور و 25 إناث، يراد تشكيل لجنة تتكون من: رئيس و نائب رئيس و عضوين عدد الطرق الممكنة لتشكيل لجنة من نفس الجنس هو:

أ ـ 303600 ب ـ 390000 ج ـ 151800

التمرين الرابع:(7.5 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x}{2} + (x+1)\ln(x+1)$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 \ln(x+1)$. و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{2xg(x)}{x+1}$.

3) ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديدها.

6) احسب $f(1)$, $f(2)$ و أنشئ كلا من (C_f) و (T) .

III. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $h(x) = (x^2 - 2|x| + 1)\ln|x|$.

1) احسب $h(-x) - h(x)$ ماذا تستنتج؟

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x) = f(|x| - 1)$.

3) اشرح طريقة إنشاء التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) ثم ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني