الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية عسعوس فرحات ـ جيجل**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — **دورة : ماي 2021**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — **المـدة: 3 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4ن)

يحتوي وعاء على 7 كريات لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 . نسحب عشوائيا من الوعاء ثلاث كريات في آن واحد.

1. احسب احتمال الحوادث التالية:

A : " مجموع الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة يساوي7 "

B : " الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة تشكل حدود متعاقبة لمتتالية هندسية "

C : " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

2. احسب كلا من: $P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$

3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الوعاء.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $P\left(X^2-4X+3=0\right)$

التمرين الثاني:(5ن)

I) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{12x-9}{4x}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$

2. بين أن: من أجل كل $x\in\left[\frac{3}{2};3\right]$ فان $f(x)\in\left[\frac{3}{2};3\right]$

II) (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1. أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{3}{2}<u_n\leq 3$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{2}{2u_n-3}$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

جـ/ احسب المجموع S حيث: $S=v_0+v_2+v_4+\cdots+v_{2020}$

التمرين الثالث:(4ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B ، C نقط من المستوي

لواحقها: $z_A = -\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ ، $z_B = 1+\sqrt{3}i$ ، $z_C = 1-\sqrt{3}i$

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة في كل حالة مما يلي مع تبرير الاجابة :

	الاجابة 1	الاجابة 2	الاجابة 3
حلول المعادلة $\frac{7}{z^2}-\frac{4}{z}+1=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي:	$-2-\sqrt{3}i$ و $-2+\sqrt{3}i$	$2-\sqrt{3}i$ و $2+\sqrt{3}i$	$1+\sqrt{3}i$ و $1-\sqrt{3}i$
عمدة العدد z_A تكون على الشكل:	$\theta=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$	$\theta=\frac{-\pi}{4}+2k\pi$	$\theta=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$
الشكل الأسي لـ $\frac{z_A}{z_B}$ هو:	$e^{\frac{5\pi}{12}i}$	$e^{\frac{\pi}{12}i}$	$e^{\frac{-7\pi}{12}i}$
المثلث OAB	قائم	متقايس الأضلاع	متساوي الساقين
مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث $\left\|\frac{\bar{z}-1+\sqrt{3}i}{z-z_A}\right\|=1$ هي :	الدائرة التي قطرها $[AB]$ ماعدا A	محور القطعة المستقيمة $[AB]$	القطعة المستقيمة $[AB]$ ماعدا A

التمرين الرابع:(7ن)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{-x}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)e^{-x}+x+1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب/ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف

6. ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

7. اوجد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x+1-me^{x}=0$ حلان مختلفان في الاشارة .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4ن)

صندوق يحتوي على 2 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و 3 كرات سوداء ، بحيث كل الكرات غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون ارجاع.

1) أحسب احتمال الحوادث:

A " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

B " الحصول على كرة سوداء واحدة فقط "

C " الحصول على كرة سوداء على الأقل "

2) ليكن α عدد حقيقي ولتكن اللعبة التالية:

تمنح لكل كرة حمراء أو خضراء العلامة α ولكل كرة سوداء العلامة (-1) وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

أ/ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب/ اوجد قيمة العدد α حتى تكون اللعبة مربحة .

التمرين الثاني:(4ن)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، D ذات اللاحقات

$z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $z_C = 2i$ ، $z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب .

1) أ/ اكتب العددين z_A و z_B على الشكل الأسي .

ب/ اوجد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\dfrac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

2) أ/ بين أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

ب/ علم النقط A ، B ، C

3) تحقق أن $z_D - z_C = -\sqrt{3}i\left(z_B - z_C\right)$ ثم استنتج نوع المثلث BCD .

4) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها Z ، عين وأنشئ (C) مجموعة النقط M بحيث :

$$\arg\left(z_D - z\right) - \arg\left(z_B - z\right) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \;;\; k \in \mathbb{Z}$$

التمرين الثالث:(5 ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+5}$

.1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>0$

.2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}\le\frac{2}{5}u_n$

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n\le\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

.3 (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\frac{4u_n}{2u_n+3}$

أ/ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{6}{2u_1+3}+\frac{6}{2u_2+3}+.....+\frac{6}{2u_n+3}$.

التمرين الرابع:(7ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x-1-x\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $6{,}3<\alpha<6{,}4$.

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x-x}{x-1}$. (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا .

2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x-1)^2}$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-1$.

4) بين أن $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}-1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

5) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

6) اوجد بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حلين متمايزين .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا