الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف — الأستـاذ : عجيسـي نـواري

المستوى: الثالثة ثانوي — دورة : جـــــوان 2022

الشعب:علوم تجريبية - تقني رياضي — التاريخ: 05 جـــوان 2022

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات — المدة: 3سا(ع.ت) 4سا (ت.ر)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

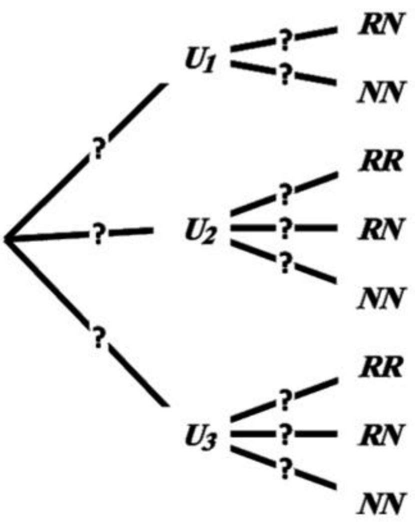
التمرين الأول: (04 نقاط) (خاص بشعبة علوم تجريبية)

لدينا 3 صناديق U_1, U_2, U_3 يحتوي الصندوق U_1 على كرة حمراء واحدة و 9 كرات سوداء، الصندوق U_2 يحتوي على كرتين حمراوين و 8 كرات سوداء، أما الصندوق U_3 يحتوي على ثلاث كرات حمراء و 7 كرات سوداء .

نختار عشوائيا صندوقا من الصناديق الثلاثة و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق المختار

لتكن الأحداث : RR " الحصول على كرتين حمراوين " و NN: "الحصول على كرتين سوداوين " ,

و NR " الحصول على كرتين مختلفتين في اللون "



1) انقل ثم اتمم شجرة الاحتمالات

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X , ثم بين أن $p(X=2)=\dfrac{4}{135}$

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X , ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) علما أننا حصلنا على كرتين حمراوين، ما احتمال أن يكون السحب من الصندوق U_3

التمرين الأول : (04 نقاط) (خاص بشعبة تقني رياضي)

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$

أ) اثبت انه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن : $y\equiv 4[11]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم، نضع $a=5n+2$ و $b=11n+4$

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب) عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون : $PGCD(a;b)=2$

ج) استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$

أ) بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب) استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية $y'-3y=0.......(1)$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية (1) ثم عين الحل الخاص f الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x=\frac{-2}{3}$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام : $u_n=e^{3n+2}$

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول، هل هي متقاربة ؟

ب) ادرس اتجاه تغير (u_n)

3) نعرف المتتالية (v_n) بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$

أ) بين أن (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n

ب) اثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ج) احسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$ ثم الجداء $T_n=u_0\times u_1\times.......\times u_{n-1}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات التالية لكل سؤال جواب واحد صحيح حدده مع التعليل

1) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=3x+\frac{e^{-x}-2}{e^{-x}-1}$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته :

أ) $y=3x$ ب) $y=3x+1$ ج) $y=3x+2$

2) نعتبر العدد الحقيقي $A(\lambda)=\int_1^{\lambda} x\ln x dx$ حيث $\lambda>1$: علما أن الدالة $x\mapsto\frac{x^2}{2}\left[\ln x-\frac{1}{2}\right]$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto x\ln x$, قيمة λ التي من أجلها $A(\lambda)=\frac{1}{4}$ هي :

أ) $\lambda=e^{-1}$ ب) $\lambda=\sqrt{e}$ ج) $\lambda=2e$

3) المعادلة $\log(11x^2-6x+5)=\log(x^2)+1$ تقبل حلان في $\mathbb{R}$ هما :

أ) $S=\{1;-5\}$ ب) $S=\{1;5\}$ ج) $S=\{-1;-5\}$

4) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $U_n=2-3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ هي متتالية

أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي $\left(C_f\right)$المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x , $f'(x)=1+\left(x-1\right)^2 e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) بالنسبة إلى (Δ)

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αحيث، $1,8<\alpha<1,9$

4) اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T)للمنحنى $\left(C_f\right)$عند النقطة ذات الفاصلة 1

5) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x , $f''(x)=-(x-1)\left(x-3\right)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن $\left(C_f\right)$يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6) احسب : $f(3), f(0)$ ثم ارسم $(\Delta),(T)$ و $\left(C_f\right)$

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقيx التالية : $f(x)=x+m$

II) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدومn : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$

1) أ) بين أن الدالة Gالمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$

ب) احسب I_1

2) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+\left(n+1\right)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n

ب) احسب I_2 .

3) احسب بـcm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$و المستقيم (Δ)و المستقيمين الذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=1$

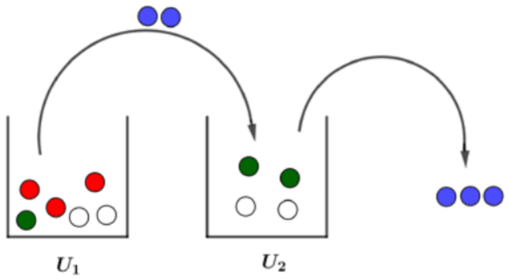
انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط) (خاص بشعبة علوم تجريبية)

يحتوي صندوق U_1 على ست كرات منها ثلاثة كرات حمراء وكرتين لونهما أبيض وكرة لونها أخضر، ويحتوي صندوق U_2 على أربع كرات منها كرتين خضراوين وكرتين لونهما أبيض . الكرات في صندوقين كلها متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

نقوم بإجراء عملية السحب العشوائي الاتية: نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_1 ونضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الصندوق U_2



نعتبر الحدثين التاليين :

A: " سحب ثلاث كرات من نفس اللون "

B: " سحب ثلاث كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى "

1) أ) بين أن : $P(A)=\dfrac{17}{300}$

ب) أحسب: $P(B)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان التي تظهر بعد نهاية عملية السحب العشوائي

أ) أوجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب) أوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي

3) أحسب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1 من نفس اللون

التمرين الأول : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $(E): 5x-6y=3$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعفا للعدد 3

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

ج) استنتج حلول للجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2) a و b عددان طبيعيان حيث:

$a=\overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5

عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n\le n+3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$

ج) استنتج أن $\left(u_n\right)$ محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أن $\left(u_n\right)$ متقاربة؟

3) نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$

أ) برهن أن المتتالية $\left(v_n\right)$ هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها

ب) عبرعن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية $\left(u_n\right)$ عند $+\infty$

ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

4) لتكن المتتالية $\left(t_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln\left(v_n\right)$

أ) برهن أن المتتالية $\left(t_n\right)$ حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أحسب بدلالة n المجموع : $A_n=t_0+t_1+t_2+...+t_n$

ج)استنتج بدلالة n الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل المعادلة التفاضلية $y''=-e^x+2$ والذي يحقق الشرطان $y(0)=1\,;\,y'(0)=1$ هو :

أ) $y=x^2-e^x+2x+2$ ب) $y=2e^x-x$ ج) $y=-2x+e^x$

2) يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاث رجال $H_1;H_2;H_3$ وأربع نساء $F_1;F_2;F_3;F_4$

احتمال أن هو H_1 الرئيس

أ) $\frac{6}{7}$ ب) $\frac{1}{7}$ ج) $\frac{4}{42}$

3) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f\left(x\right)=3x^2-\frac{1}{x+1}$:

القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;2]$ هي

أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$ ب) $m=4+\ln\sqrt{3}$ ج) $m=2-\ln\sqrt{3}$

4) $\left(u_n\right)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_n=\int_0^1\left(1+x^n\right)dx$:

أ) $\left(u_n\right)$ متتالية متناقصة ب) $\left(u_n\right)$متتالية متزايدة ج) $\left(u_n\right)$ متتالية غير رتيبة

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومجانس $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln\left(x\right)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $g'\left(x\right)=\dfrac{\left(x-1\right)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2) أدرس إشارة $g\left(x\right)$ (لاحظ أن: $g\left(1\right)=0$)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f\left(x\right)=x+\dfrac{1}{x}-\left(\ln x\right)^2-2$ وليكن $\left(C\right)$ منحناها البياني في المستوي السابق

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\ln x\right)^2}{x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f\left(x\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f\left(x\right)$ وفسر النتيجة هندسيا

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'\left(x\right)=\dfrac{g\left(x\right)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) انشئ المنحنى $\left(C\right)$

5) بين أن الدالة $h:x\to x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\to\ln x$ على $]0;+\infty[$ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e\left(\ln x\right)^2dx=e-2$

6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C\right)$ ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

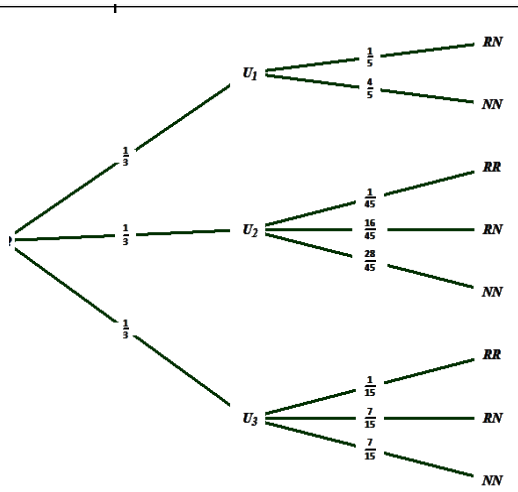
انتهى الموضوع الثاني

التصحيح المفصل لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(2.25)



(1 $P(U_1)=P(U_2)=P(U_3)=\frac{1}{3}$

$P_{U_1}(NN)=\frac{C_9^2}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_1}(RN)=\frac{C_1^1\times C_9^1}{C_{10}^2}$

$P_{U_2}(RN)=\frac{C_2^1\times C_8^1}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_2}(RR)=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}$

$P_{U_2}(NN)=\frac{C_8^2}{C_{10}^2}$

، $P_{U_3}(NN)=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_3}(RR)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}$

$P_{U_3}(NN)=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}$

استعمل شجرة الإحتمالات

(2 أ) $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ ، $P(X=2)=\frac{4}{135}$ — 0.25+0.25

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{17}{27}$	$\frac{46}{135}$	$\frac{4}{135}$

0.5+0.25

ب) $E(X)=\frac{2}{5}$

(3 $P_{RR}(U_3)=\frac{3}{4}$ — 0.5

التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

1)أ*/إثبات أن : $y\equiv 4[11]$ ، $(E)...11x-5y=2$

$11x-5y=2$ يكافئ $5y=11x+2$ ومنه $5y\equiv -2[11]$ أي

أي $5y\equiv 20[11]$ ومنه : $y\equiv 4[11]$ (0.5)

ب*/استنتاج حلول المعادلة (E):

$y\equiv 4[11]$ معناه $y=11k+4$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ،نعوض قيمة y في المعادلة (E) نجد: $x=5k+2$

ومنه: $S=\{(11k+4;5k+5)/k\in\mathbb{Z}\}$ (0.5)

2)أ*/تعيين القيم الممكنة لـ $d=PGCD(a;b)$ **:**

$a=5n+2$ و $b=11n+4$ ، $n\in\mathbb{N}^*$ (0.5)

$11a-5b=11(5n+2)-5(11n+4)=55n+22-55n-20=2$

ومنه : $d/2$ إذن : $d\in D_2=\{1;2\}$.

ب*/تعيين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون:**

$PGCD(a;b)=2$: لدينا $PGCD(a;b)=2$

معناه 2 يقسم a و 2 يقسم b معناه 2 يقسم $b-2a$

أي 2 يقسم $11n+4-2(5n+2)$ وبالتالي 2 يقسم n . (0.5)

ومنه n عدد زوجي يكتب من الشكل: $n=2\alpha\ \ /\alpha\in\mathbb{N}^*$

ج*/ استنتاج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون العددان** a و b **أوليان فيما بينهما:** من السؤال السابق

من أجل $PGCD(a;b)=2$ قيم n: هي $n=2\alpha\ \ /\alpha\in\mathbb{N}^*$ (0.5)

ومنه : قيم n حيث $PGCD(a;b)=1$ هي : $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

3) أ*/نبين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

$A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$ ، $n\in\mathbb{N}$ (0.5)

$A=(n+1)(5n+2)=a(n+1)$ ، $B=(n+1)(11n+4)=b(n+1)$

ومنه : $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب*/ استنتاج حسب قيم n **القاسم المشترك الأكبر للعددين** A و B:

$PGCD(A;B)=PGCD(a(n+1);b(n+1))=(n+1)PGCD(a;b)$ (0.5)

ومنه نميز حالتين :

الحالة 1:إذا كان $PGCD(a;b)=2$ معناه $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1)2=4\alpha+2$ (0.5)

الحالة 2:إذا كان $PGCD(a;b)=1$ معناه $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1+1)1=2\alpha+2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لدينا: $(1): y' - 3y = 0$	
1) حل المعادلة التفاضلية (1): - لدينا : $y'-3y=0$ يكافئ $y'=3y$ حلول المعادلة هي الدوال f ' ¥¢‹ : $f(x)=ce^{3x}$ حيث $c\in\mathbb{R}$	0.5
- **تعيين الحل الخاص f الذي يحقق $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$:** $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$ يعني $ce^{3\left(-\frac{2}{3}\right)}=1$ ومنه $ce^{-2}=1$ ¤ $c=e^2$ ومنه $f(x)=e^2\times e^{3x}=e^{3x+2}$	0.25
2) لدينا : $u_n=e^{3n+2}$	
(تبيان أن المتتالية (u_n) هندسية : - لدينا : $u_{n+1}=e^{3(n+1)+2}=e^{3n+3+2}=e^3\times e^{3n+2}=e^3\times u_n$ **ومنه المتتالية (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ وحدها الأول $u_0=e^2$**	0.5 + 0.25 + 0.25
- **تقارب المتتالية (u_n) :** (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ ¤ $q>1$ ومنه (u_n) متباعدة	0.25
لدينا: $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} e^{3n+2}=+\infty$	
•) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n): - لدينا : $u_{n+1}-u_n=e^{3n+5}-e^{3n+2}=\left(e^3-1\right)e^{3n+2}$ ¤ $e^3-1>0$ » $u_{n+1}-u_n>0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	0.5
3) لدينا : $v_n=\ln(u_n)$	
(تبيان أن المتتالية (v_n) ' $\mathbb{N}$: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n>0$ ومنه المتتالية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n. **ولدينا :** $v_n=\ln e^{3n+2}=3n+2$	0.5
•) تبيان أن المتتالية (v_n) حسابية : - لدينا : $v_{n+1}-v_n=3(n+1)+2-(3n+2)=3$ ومنه (v_n) حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول $v_0=2$	0.25+0.5 0.25+
(¡ « • ¢ S_n: $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}=\frac{n}{2}(v_0+v_{n-1})=\frac{n}{2}(2+3(n-1)+2)$ ¤ $S_n=\frac{n}{2}(3n+1)$	0.5
- « • ¢ ƒ $T_n=u_0\times u_1\times...\times u_{n-1}$: $T_n=u_0\times u_1\times...\times u_{n-1}=e^{v_0}\times e^{v_1}\times...\times e^{v_{n-1}}=e^{v_0+v_1+...+v_{n-1}}$ $T_n=e^{\frac{n}{2}(3n+1)}$	0.5

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الاقتراح	الجواب	التبرير	التنقيط
1	الإجابة (ج) $y=3x+2$	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-3x]=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{-x}-2}{e^{-x}-1}=2\ ;\ \lim_{x\to+\infty}[f(x)-(3x+2)]=0$	2×0.5
2	الإجابة (ب) $\lambda=\sqrt{e}$	$A(\lambda)=\int_1^{\lambda}x\ln x\,dx=\left[\frac{x^2}{2}\left(\ln x-\frac{1}{2}\right)\right]_1^{\lambda}=\frac{\lambda^2}{2}\left(\ln\lambda-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}$ $A(\lambda)=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{\lambda^2}{2}\left(\ln\lambda-\frac{1}{2}\right)=0$ ومنه $\lambda=\sqrt{e}$ أو $\lambda=0$ مرفوض لأن : $(\lambda>1)$	2×0.5
3	الإجابة (ب) $S=\{1,5\}$	$\log(11x^2-6x+5)=\log x^2+1$ $\frac{\ln(11x^2-6x+5)}{\ln10}=\frac{\ln x^2}{\ln10}+1$ $x^2-6x+5=0$ $x=1, x=5$	2×0.5
4	الإجابة (أ) متزايدة تماما	$u_{n+1}-u_n=\left(2-3\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)-\left(2-3\left(\frac{1}{4}\right)^{n}\right)=-3\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}+3\left(\frac{1}{4}\right)^{n}=\frac{9}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{n}>0$	2×0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لدينا : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$ **(1** أ) حساب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$: - $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[x-(x^2+1)e^{-x+1}\right]=-\infty$ لأنّ : $\begin{cases}\lim_{x\to-\infty}e^{-x+1}=+\infty\\ \lim_{x\to-\infty}-(x^2+1)e^{-x+1}=-\infty\\ \lim_{x\to-\infty}x=-\infty\end{cases}$	0.25
• **تبيان أنّ :** $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$: لدينا : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[x-(x^2+1)e^{-x+1}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{x^2+1}{e\times e^x}\right)$	0.25
أي $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{x^2}{e^x}\times\frac{1}{e}+\frac{1}{e}\times\frac{1}{e^x}\right)=+\infty$ لأنّ $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0\end{cases}$	
ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$: • **لدينا :** $f'(x)=1-\left[2xe^{-x+1}+(x^2+1)(-e^{-x+1})\right]=1-(2x-x^2-1)e^{-x+1}$ **وبالتالي :** $f'(x)=1+(x^2-2x+1)e^{-x+1}=1+(x-1)^2e^{-x+1}$	0.5
ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f : | x	$-\infty$ $+\infty$
$(x-1)^2e^{-x+1}$	$+$
$f'(x)$	$+$		0.25

- **جدول التغيرات :**

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

0.5

2) تبيان أنَ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$:

- لدينا :

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\left(x^2+1\right)e^{-x+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x^2e^{-x+1}+e^{-x+1}\right)=0$$

ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

0.25

- **دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ):**

لدينا : $f(x)-x=x-\left(x^2+1\right)e^{-x+1}-x=-\left(x^2+1\right)e^{-x+1}$

إذن $f(x)-x<0$ ومنه (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ) من أجل كل عدد حقيقي x

0.5

3) تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$:

- **لدينا** f مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[1.8;1.9]$

ولدينا $f(1.8)=1.8-\left((1.8)^2+1\right)e^{-1.8+1}=-0.11$

$f(1.9)=1.9-\left((1.9)^2+1\right)e^{-1.9+1}=0.03$ وبالتالي $f(1.8)\times f(1.9)<0$

حسب مبرهنة ال قيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$.

0.5

4) كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$y=1\times(x-1)-1=x-2$ أي $(T):y=x-2$

0.5

5) تبيان أنَ $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$:

- لدينا : $f''(x)=2(x-1)e^{-x+1}+(x-1)^2\times\left(-e^{-x+1}\right)=(x-1)e^{-x+1}(2-x+1)$

أي $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$.

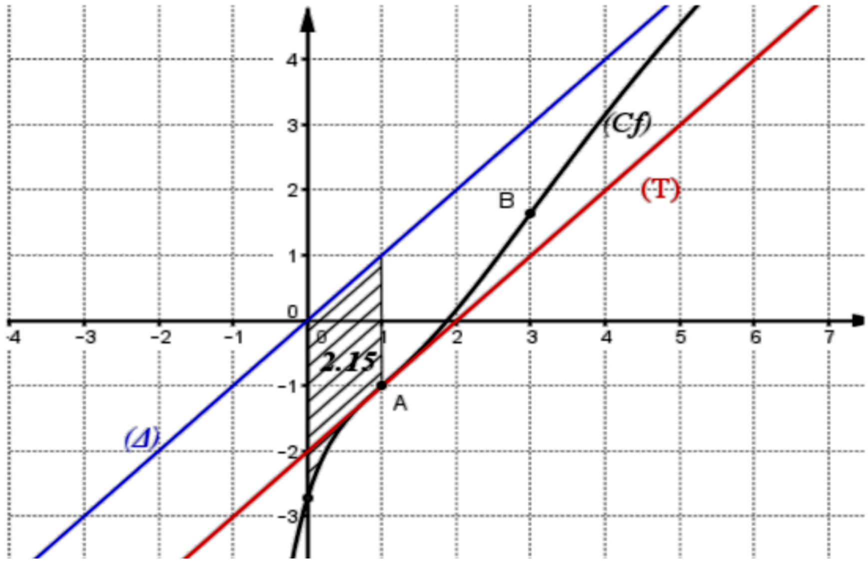
- **استنتاج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف :**

- جدول إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- **المشتقة الثانية** $f''(x)$ تنعدم من أجل القيمتين $x=1$ و $x=3$ مغيرة إشارتها إذن النقطتين $A(1;f(1)),B(3;f(3))$ نقطتي انعطاف للمنحني (C_f)

01

الإجابة	العلامة
6) حساب $f(3), f(0)$: $f(3)=3-9e^{-2}=1.65, f(0)=-e=-2.71$ الرسم :  	0.75
7) المناقشة البيانية لحلول المعادلة : $f(x)=x+m$ • هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x+m$ الموازي لكل من (T) و (Δ) . • إذا كان $m\in]-\infty;-e[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا . • إذا كان $m=-e$ المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما . • إذا كان $m\in]-e;0[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا . • إذا كان $m\in[0;+\infty[$ المعادلة ليس لها حلا .	0.5
II. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$ 1- أ) تبيان أنَ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة g حيث $g(x)=xe^{-x+1}$ على المجموعة $\mathbb{R}$: • لدينا : $G'(x)=-\left[e^{-x+1}-(x+1)e^{-x+1}\right]=-\left(e^{-x+1}-xe^{-x+1}-e^{-x+1}\right)=xe^{-x+1}=g(x)$ ومنه G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.	0.25
ب) حساب I_1 : • لدينا : $I_1=\int_0^1 xe^{-x+1}dx=\left[-(x+1)e^{-x+1}\right]_0^1=-2e^0+e=e-2$	0.25
2- أ) تبيان أنَ $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ • لدينا : $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x+1}dx$ نضع : $u(x)=x^{n+1}$ ومنه $u'(x)=(n+1)x^n$ ونضع : $v'(x)=e^{-x+1}$ ومنه $v(x)=-e^{-x+1}$ وبالتالي : $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x+1}dx=\left[-x^{n+1}e^{-x+1}\right]_0^1-\int_0^1(n+1)x^n\left(-e^{-x+1}\right)dx$ ومنه : $I_{n+1}=-1+(n+1)\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx=-1+(n+1)I_n$	0.25
ب) حساب I_2: $I_2=-1+(1+1)I_1=-1+2(e-2)=2e-5$	0.25
3- حساب المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1, x=0$: $S=\int_0^1[y-f(x)]dx=\int_0^1 x-x+(x^2+1)e^{-x+1}dx=\int_0^1(x^2+1)e^{-x+1}dx$ أي $S=\int_0^1 x^2e^{-x+1}dx+\int_0^1 e^{-x+1}dx=I_2+\left[-e^{-x+1}\right]_0^1$ $S=(2e-5-1+e)us=(3e-6)cm^2=2.15cm^2$	0.25

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ) تبيين أن : $p(A)=\dfrac{17}{300}$

$$p(A)=\left(\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_1^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3+C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)=\frac{17}{300}$$ (0.5)..............

ب) حساب $p(B)$:

$$p(B)=\left(\frac{C_3^2}{C_6^2}\times\frac{C_2^1C_2^1C_2^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)=\frac{13}{50}$$ (0.5)..............

2) أ) تحديد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي : $\{1;2;3\}$ (0.25)..............

$$P(X=2)=1-\left(P(X=1)+P(X=3)\right)\ ;\ P(X=3)=P(B)\ ;\ P(X=1)=P(A)$$

X	1	2	3
$P(X)$	$\dfrac{17}{300}$	$\dfrac{205}{300}$	$\dfrac{78}{300}$

(1.5)..............

ب)الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=\dfrac{661}{300}$ (0.5)..............

1) حساب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1من نفس اللون

نسمي C:" سحب كرتين من U_1من نفس اللون " ، D:" سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 "

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{\dfrac{C_2^2}{C_6^2}\times\dfrac{C_4^3}{C_6^3}}{\dfrac{C_3^2+C_2^2}{C_6^2}}=\frac{1}{20}$$ (0.75)..............

التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

$(E):5x-6y=3$: ا **1) أ) اثبات أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3:** • لدينا : $5x-6y=3$ تكافئ $5x=3+6y$ أي $5x=3(1+2y)$ • لدينا : $3/5x$ و $3\wedge5=1$ فإن $3/x$ حسب مبرهنة غوص أي x مضاعف للعدد 3	(0.5)
ب) تعيين حل خاص للمعادلة (E) : • نفرض $x=3$ وبالتالي : $y=\dfrac{5\times3-3}{6}=\dfrac{12}{6}=2$ أي الثنائية $(3;2)$حل للمعادلة (E)	0.5

$\dfrac{13}{50}$

• **حل المعادلة (E):** لدينا : $5x-6y=5\times3-6\times2$ يكافئ $5x-5\times3=6y-6\times2$ أي $(*) : 5(x-3)=6(y-2)$ • لدينا : $6/5(x-3)$ و $6\wedge5=1$ فإن $6/(x-3)$ حسب مبرهنة غوص . أي $x-3=6k(k\in\mathbb{Z})$ وبالتالي $x=6k+3(k\in\mathbb{Z})$ • من أجل $x=6k+3$ نعوض في المعادلة $(*)$نجد : $5(6k+3-3)=6(y-2)$ ومنه $y-2=5k(k\in\mathbb{Z})$ أي $y=5k+2(k\in\mathbb{Z})$ - مجموعة حلول المعادلة : $S=\{(6k+3;5k+2),k\in\mathbb{Z}\}$	(0.75)
ج) استنتاج حلول الجملة : $(S):\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ • $\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}x=6m-1\\x=5n-4\end{cases}$ أي $6m-1=5n-4$ ومنه $5n-6m=3$ ومنه : $n=6k+3$ وبالتالي $x=5(6k+3)-4=30k+11(k\in\mathbb{Z})$	0.75
-2 لدينا : $a=\overline{1\alpha0\alpha00}^{3}$ و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}^{5}$ • **تعيين $(\alpha;\beta)$ بحيث تكون $(a;b)$ حل للمعادلة (E):** - لدينا : $a=1\times3^5+\alpha\times3^4+\alpha\times3^2=243+81\alpha+9\alpha=243+90\alpha$ ولدينا : $b=\alpha\times5^3+\beta\times5^2+\alpha\times5^0=125\alpha+25\beta+\alpha=126\alpha+25\beta$ مع $\alpha\le2$ و $\beta\le4$ • **الثنائية $(a;b)$حل للمعادلة (E) معناه $5a-6b=3$** ومنه $5(243+90\alpha)-6(126\alpha+25\beta)=3$ أي $1215+450\alpha-756\alpha-150\beta=3$ ومنه $-306\alpha-150\beta=-1212$ بعد تقسيم الطرفين على العدد -3 نجد : $102\alpha+50\beta=404$ وبالتالي $(\alpha;\beta)=(2;4)$حل للمعادلة	0.75 0.75

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

-1 حساب الحدود u_1, u_2, u_3 : (0.75).............

$u_1=\frac{7}{3}$ ، $u_2=\frac{26}{9}$ ، $u_3=\frac{97}{27}$

• **تخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية** (u_n): متتالية متزايدة (0.25).............

-2 أ- البرهان بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$

لتكن فرضية التراجع $P(n): u_n\le n+3$

* المرحلة 1: الخاصية $P(0)$ صحيحة من أجل $n=0$ لأن $u_0=2$ أي $P(n): u_0\le3$

* المرحلة 2: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل عدد طبيعي n حيث $n\ge0$ أي $u_n\le n+3$ و

نبرهن صحتها من أجل $n+1$ أي $u_{n+1}\le n+1+3$ أي $u_{n+1}\le n+4$ (0.5).............

لدينا $u_n\le n+3$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\le\frac{2}{3}n+3\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}n+1$ و بالتالي $u_{n+1}\le n+3$

ولدينا $n+3\le n+4$ و منه $u_{n+1}\le n+4$ إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

* الخلاصة: نستنتج، حسب مبدأ البرهان بالتراجع، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

إذن $u_n\le n+3$.

ب- دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n):

(0.5)............. و لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$ أي $u_n \leq n+3$

و منه $-\frac{1}{3}u_n \geq -\frac{1}{3}n-1$ و بالتالي $-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1 \geq 0$ و منه $u_{n+1}-u_n \geq 0$ و منه متزايدة

ج- استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل .هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة :

(0.25)............. لدينا (u_n) متزايدة معناه $u_n \geq u_0$ أي $u_n \geq 2$ نستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل بالعدد 2.

لا يمكن القول أن (u_n) متقاربة : لأنها متزايدة و ليست محدودة من الأعلى

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$.

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأوّل وأساسها:

(0.5)............. (v_n) هي متتالية هندسية معناه $v_{n+1}=v_n \times q$

لدينا $v_n=u_n-n$ و منه $v_{n+1}=u_{n+1}-n-1$ و بالتالي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

أي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n=\frac{2}{3}(u_n-n)$ و منه $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ وبالتالي :

(v_n) هي متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=u_0-0=2$

(0.5)............. ب- التعبير عن v_n ثمّ u_n بدلالة n ثم حساب نهاية (u_n) عند $+\infty$

$v_n=v_0\times q^n$ أي $v_n=2\times(\frac{2}{3})^n$ ، $u_n=v_n+n$ و منه $u_n=2\times(\frac{2}{3})^n+n$: $\lim u_n=+\infty$

ج- حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

$S_n=(v_0+1)+(v_1+1)+\ldots+(v_n+n)=v_0+v_1+\ldots+v_n+1+2+\ldots n$

(0.5).............

$$=2\frac{1-(\frac{2}{3})^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}+n(n+1)=6(1-(\frac{2}{3})^{n+1})+n(n+1)$$

4- لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ- البرهان أنّ المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل: (t_n) حسابية معناه $t_{n+1}=t_n+r$

لدينا $t_n=\ln(v_n)$ و منه $t_{n+1}=\ln(v_{n+1})$ أي $t_{n+1}=\ln(\frac{2}{3}v_n)=\ln(v_n)+\ln(\frac{2}{3})$

(0.5)............. لأنّ $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ و منه $t_{n+1}=t_n+\ln(\frac{2}{3})$ و منه (t_n) حسابية أساسها $r=\ln(\frac{2}{3})$ و وحدها الأوّل $t_0=\ln(v_0)=\ln(2)$

ب- حساب بدلالة n المجموع $A_n=t_0+t_1+t_2+\ldots+t_n$:

(0.5)............. $A_n=\frac{n+1}{2}(\ln(2)+\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))=\frac{n+1}{2}(2\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))$

- استنتاج بدلالة n الجداء $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times\ldots\times v_n$

(0.25)............. $P_n=e^{t_0}\times e^{t_1}\times e^{t_2}\times\ldots\times e^{t_n}=e^{t_0+t_1+\ldots t_n}$ لأن : $v_n=e^{t_n}$ و منه $P_n=e^{S_n}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الاقتراح	الجواب	التبرير	التنقيط
1	الإجابة (أ) $y=-e^{x}+x^2+2x+2$	$y'=-e^{-x}+2x+c_1 \Rightarrow y'(0)=-1+c_1=1; c_1=2$ $y=-e^{-x}+2x+c_2 \Rightarrow y(0)=-1+c_2=1\ ; c_2=2$ $y=-e^{-x}+x^2+2x+2$	2×0.5
2	الإجابة (ب) $\frac{1}{7}$	$\frac{A_1^1 . A_6^1}{A_7^2}=\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$	2×0.5
3	الإجابة (أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$	$m=\frac{1}{2}\int_0^2 3x^2-\frac{1}{x+1}dx=\frac{1}{2}\left[x^2-\ln(x+1)\right]_0^2$ $m=\frac{8}{2}-\frac{\ln(3)}{2}=4-\ln\sqrt{3}$	2×0.5
4	الإجابة (أ) متناقصة تماما	$u_n=\left[x+\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1=1+\frac{1}{n+1}$ $u_{n+1}-u_n=1+\frac{1}{n+2}-1-\frac{1}{n+1}=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$	2×0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$:

$g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln(x)$ و $g'(x)=1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{x^2+1-2x}{x^2}=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ....(0.5)

استنتاج اتجاه تغير الدالة g مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. ....(0.5)

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g'(x)$	$-$	0	$+$

.............(0.5)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- اثبات أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ نضع $t=\sqrt{x}$ و منه $\lim_{x\to+\infty}(t)=+\infty$ و منه

$\lim_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim_{t\to+\infty}\frac{[\ln(t^2)]^2}{t^2}=\lim_{t\to+\infty}\left[\frac{2\ln(t)}{t}\right]^2=0$ لان $\lim_{t\to+\infty}\left[\frac{\ln(t)}{t}\right]=0$ (التزايد المقارن). ....(0.5)

حساب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\left[1+\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=+\infty$ لان ....(0.5)

$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=0$.

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$ (0.5).............

حساب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و منه المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب عموديا معادلته $x=0$. (0.75).............

-2 تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ بالحساب $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ و منه

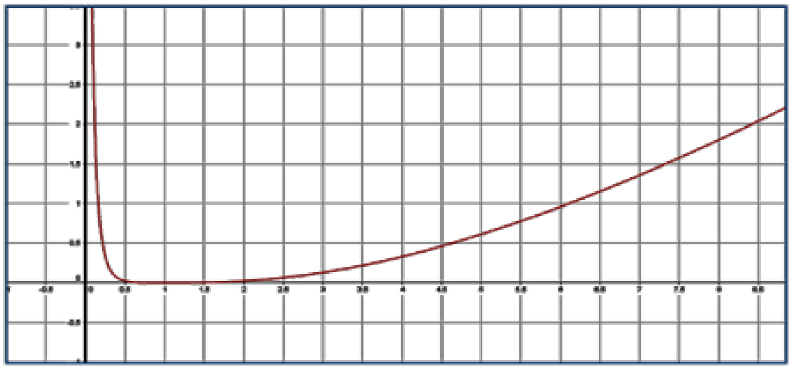
$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$ (0.5).............

جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

(0.5).............

-3 رسم المنحنى (C) : (0.5).............



-4 بين أن الدالة $h: x\mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$

(0.5).............

$h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$ محققة

باستعمال التكامل بالتجزئة

(0.75).............

تبيين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$

و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u(x)v'(x)dx=\left[x\,(\ln(x))^2\ \right]_1^e-2\int_1^e\ln(x)dx=e-2\ \left[\ x\ln x-x\ \right]_1^e=e-2$

-5 حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

$\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ و منه $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$

$$\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a$$ (0.5).............

انتهى الموضوع الثاني