**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية**

**مديرية التربية لولاية وهران**

المقاطعة الأولى ( وهران شرق ) الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022 في مادة الرياضيات

**الشعبة :تقني رياضي** **المدة : أربع ساعات و نصف**

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

## الموضوع الأول

**التمرين الأول(04ن)** نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $a_n = 2\times 5^n + 7$

1) أ- بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $a_n$ فردي.

ب- عيّـن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد $5^n$ على 8.

جـ- استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون $a_n \equiv 1[8]$.

2) أ- برهن أنه إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $x \equiv 257[1000]$.

ب- بيّـن أنه من أجل $n \geq 3$ يكون: $a_n \equiv 257[1000]$.

جـ- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ ؟

3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$ ، بيّـن أن d يختلف عن 7 ثم عيّـن قيمته.

**التمرين الثاني(04ن)** يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عينه مع التبرير.

1) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما، قيم مجموعة قم $\alpha$ التي تكون من أجلها $(v_n)$ متتالية متقاربة هي:

أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ب) $]-1;1[$ جـ) $\left]0;\frac{2}{3}\right[$

2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 4$ هو:

أ) $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ جـ) $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

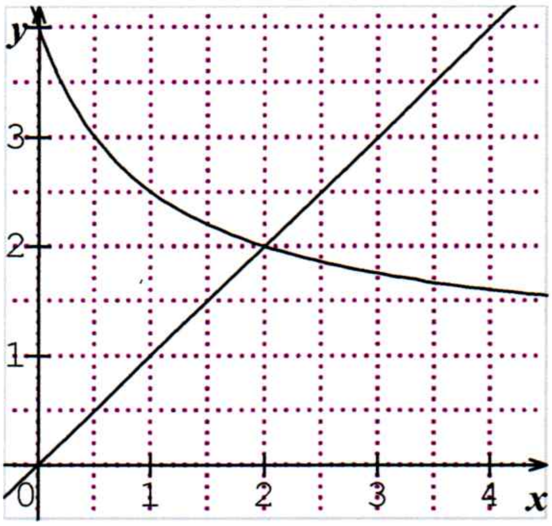
3) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$، الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق $F(1) = 0$ هي الدالة المعرفة بـ:

أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ ب) $F(x) = 1 - x + \ln x$ جـ) $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ .

4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي:

أ) $N = 2022$ ب) $N = 1439$ جـ) $N = 1962$

**التمرين الثالث (05ن)** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ . $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (أنظر الشكل).




1) بيّن أن الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) انقل الشكل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$

على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء،

ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ و تقاربها.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1\le u_n\le \frac{5}{2}$.

3) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{12}{u_n+2}-3$

أ) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ و حدها الأول $v_0$.

ب) أوجد بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ بحيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+v_{n+2}+\ldots+v_{n+2022}$

أحسب بدلالة $n$ المجموع $P_n$ بحيث: $P_n=\frac{1}{u_n+2}+\frac{1}{u_{n+1}+2}+\frac{1}{u_{n+2}+2}+\cdots+\frac{1}{u_{n+2022}+2}$

**التمرين الرابع**(07ن) $g$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$

1) أ) أدرس تغيرات الدالة $g$ .

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,56<\alpha<0,57$ ثم استنتج إشارة $g$ على $]0;+\infty[$

2) لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا .

ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x$من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث $0,2<x_0<0,3$

و $2,2<x_1<2,3$ .

4) بيّن أن $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

5) $(\gamma)$ هو المنحنى الممثل للدالة ln في المعلم السابق .

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\gamma)$ .

6) أ) احسب $f(1)$، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم $(\gamma)$ و $(C_f)$ .

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=m$ .

7) A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(\gamma)$ و $(C_f)$ والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=e$ .

- احسب A بدلالة $\alpha$ ثم تحقق أن : $A=\frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ مستنتجا حصرا لـ A

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول(05ن)** لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ و الدي يحقق $f(0)=4$ هو الدالة $f$ المعرفة على R بـ:

أ) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}-3$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+3$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+2)\le 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-2;2]$ ب) $S=]1;2]$ ج) $S=[-2;1]$

3. لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x2^{-x}$ , $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة $f'$ هي:

أ/ $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ ب/ $f'(x)=(1-x)2^{-x}$ ج/ $f'(x)=(2+x\ln 2)2^{-x}$

4. $x$ عدد حقيقي موجب تماما , التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x-1}{x}$ ب) $\frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ ج) $\frac{-\ln x-1+x}{x}$

5. $f$ الدالة المعرفة على R بـ : $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ ب) $f(2-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=f(x)$

**التمرين الثاني(04ن)** $\alpha$ ، $\beta$ عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن $A$ العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد $\alpha$ ، $\beta$ ثم أكتب العدد $A$ في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $Z$ المعادلة ذات المجهولين $x$ ، $y$

$$2772x-2268y=2016............(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين $x$، $y$ المعادلة $(E)$ تكافئ $11x-9y=8$

ب. جـد $(x_0,y_0)$ حل للمعادلة $(E)$ والتي تحقق $x_0+y_0=8$

ت. استنتج في $Z^2$ مجموعة حلول المعادلة $(E)$.

4) بفرض $x$ و $y$ موجبان و أن $(x,y)$ حلل المعادلة $(E)$ وبوضع $PGCD(x,y)=d$

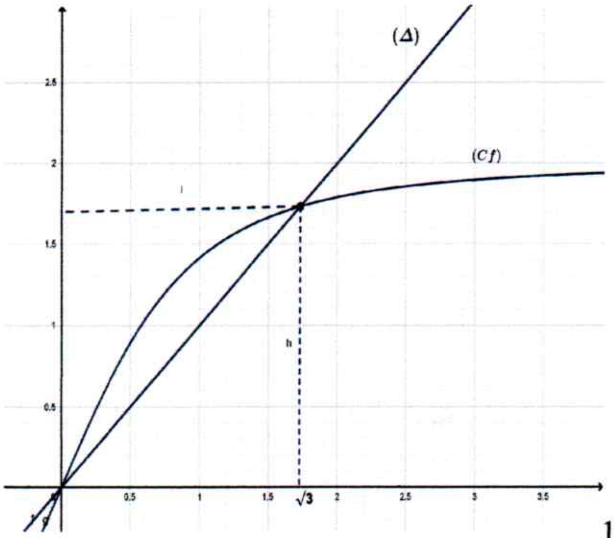
أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

ب) استنتج كل الثنائيات $(x,y)$ حلول المعادلة $(E)$ التي تحقق : $PGCD(x,y)=2$

## التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني $(C_f)$للدالة $f$ المعرفة على $[0,+\infty[$ب : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$




أ) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $[0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$

2) نعرّف المتتالية $(u_n)$كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني $(C_f)$والمستقيم $(\Delta)$

مثّل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

د)استنتج أن المتتالية $(u_n)$متقاربة

3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن $(v_n)$متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة $v_n$بدلالة $n$ثم استنتج $u_n$بدلالة $n$

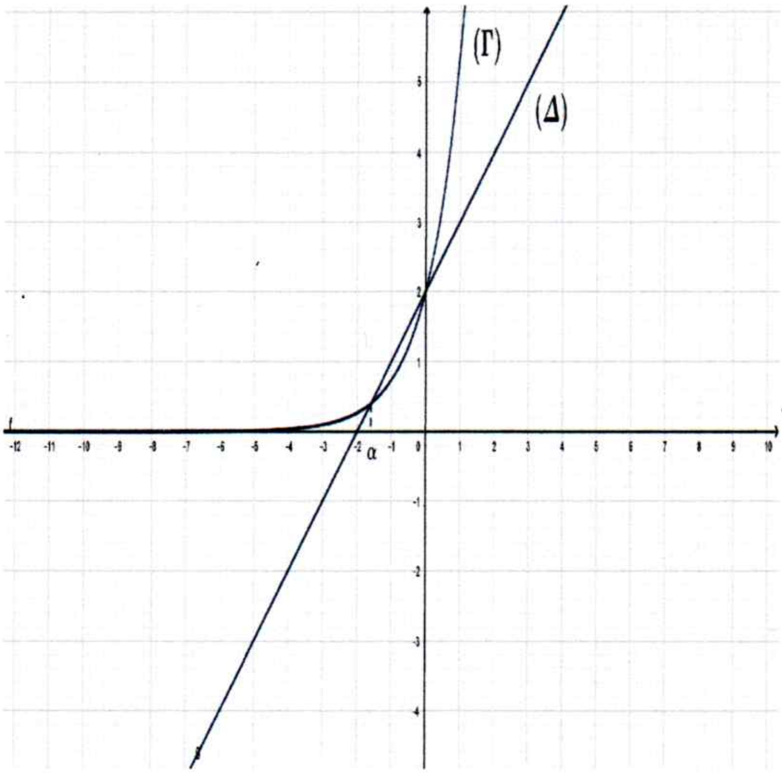
ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

4) أحسب $p_n$ بدلالة $n$ حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\cdots(3-u_n^2)}$

## التمرين الرابع(07ن)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن $(\Gamma)$التمثيل البياني للدالة: $x\to 2e^x$ ، $(\Delta)$المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، $0$و$\alpha$ هما فاصلتا نقطتي تقاطع $(\Gamma)$و $(\Delta)$ حيث : $-1{,}6\prec\alpha\prec-1{,}5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني $(\Gamma)$بالنسبة إلى $(\Delta)$على R




2) $g$ لدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ والمعرفة على R

بـ : $g(x) = -2e^{x} + x + 2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$.

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على R بـ :

$f(x) = 2(ex-3) + (x+3)e^{-x+1}$ ،

$(C_f)$ هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من R

: $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$ .

ج ) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم $(D)$ ذو المعادلة : $y = 2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ عند ∞+ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$

ب) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها .

ج ) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها $\beta$ حيث: $-2,4 \prec \beta \prec -2,3$ .

3 ) أنشئ كل من $(D)$ و $(C_f)$ . نأخذ $f(-3) \approx -22.31$ و $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين $a,b$ حتى تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x \to (x+3)e^{-x+1}$ على R

ب)أحسب $I_n$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(D)$ و المستقيمين الذين معادلتيها: $x=1$ و $x=n$

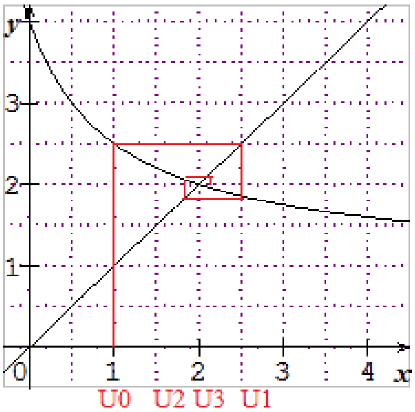
حيث $n$ عدد طبيعي $(n \succ 1)$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} I_n$ .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

**الإجابة النموذجية للموضوع اختبار مادة الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا تجريبي 2022**

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | |
|---|---|---|---|
| 04 | 0.5<br>0.5<br>0.5 | لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$: $a_n = 2\times 5^n + 7$<br>1) أ- بما أن $a_n$ هو مجموع عددين أحدهما فردي والأخر زوجي إذا هو عدد فردي............<br>ب- $n$ بواقي قسمة العدد $5^n$ على $8$:<br>من أجل $n = 2k$: $5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n = 2k+1$: $5^n \equiv 5[8]$ ....................<br>جـ بما أن $2\times 1 + 7 \equiv 1[8]$<br>و $2\times 5 + 7 \equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $a_n \equiv 1[8]$ .......................... | التمرين الأول |
| | 0.75<br>0.5<br>0.25<br>0.25 | 2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 8x \equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 128x \equiv 896[1000] \end{cases}$<br>بالطرح نجد $3x \equiv 771[1000]$ أي $9x \equiv 313[1000]$ اذا نجد $\begin{cases} 8x \equiv 56[1000] \\ 9x \equiv 313[1000] \end{cases}$.<br>ومنه $x \equiv 257[1000]$ ..........................................................................<br>ب- من أجل $n \geq 3$ يكون: $5^n$ مضاعف لـ $125$ ومنه نجد $a_n \equiv 7[125]$ ولدينا $a_n \equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n \equiv 257[1000]$ ....................................................<br>جـ بما أن $a_{2021} \equiv 257[1000]$ و $a_{2022} \equiv 257[1000]$ فإن<br>$a_{2021}\times a_{2022} \equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021}\times a_{2022} \equiv 49[1000]$<br>اذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ هي $049$ ...................... | |
| | 0.25<br>0.25<br>0.25 | 3) أ- من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$<br>ب- إذا كان $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$، فإن $d$ يقسم $a_n$ وبما أن $2\times 5^n$ ليس مضاعف لـ $7$<br>فإن $d$ يختلف عن $7$ .................................................................................<br>$d$ يقسم $28$ ويختلف عن $7$ و $a_n$ فردي اذا $d = 1$ ........................................................ | |
| 04 | 01<br>01<br>01<br>01 | 1) قيم $\alpha$ التي تكون من أجلها $(v_n)$ متقاربة هي:<br>أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ + التبرير........................................................<br>2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 4$ هو:<br>ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ + التبرير........................................................<br>3) الدالة الأصلية $F$ والتي تحقق $F(1) = 0$ للدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة:<br>أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ + التبرير........................................................<br>4) $N$ عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^{6}$، كتابته في النظام العشري هي:<br>ب) $N = 1439$ + التبرير........................................................ | التمرين الثاني |

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

<table>
<tr><td rowspan="5">05</td><td>0.5</td><td>$f$ دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$ .<br>1) بما أن $f'(x)=\dfrac{-3}{(x+1)^2}$ فإن $f$ متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.</td><td rowspan="5">التمرين الثالث</td></tr>
<tr><td>0.75<br><br>0.5</td><td>2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:<br><br><br>التخمين: المتتالية $(u_n)$ غير رتيبة ومتقاربة نحو 2</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1\le u_n\le \dfrac{5}{2}$:<br>لدينا $1\le u_0\le \dfrac{5}{2}$ و نفرض أن $1\le u_n\le \dfrac{5}{2}$ فنجد $1\le u_{n+1}\le \dfrac{5}{2}$ ومنه $1\le u_n\le \dfrac{5}{2}$</td></tr>
<tr><td>0.75<br><br>0.5<br><br>0.25</td><td>3) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على □ بـ: $v_n=\dfrac{12}{u_n+2}-3$<br>أ - بما أن $v_n=\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$ ولدينا $v_{n+1}=-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}\right)$ اذا $(v_n)$ متتالية هندسية<br>أساسها $q=-\dfrac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=1$ ......................<br>ب -عبارة الحد العام: $v_n=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ و $u_n=\dfrac{12}{3+v_n}-2=\dfrac{12}{3+\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n}-2$<br>حساب النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$</td></tr>
<tr><td>0.5<br><br>0.5</td><td>ت - حساب $S_n$:<br>$$S_n=1\left(\dfrac{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{2023}}{1+\dfrac{1}{3}}\right)=\dfrac{3}{4}\left(1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{2023}\right)$$<br>حساب $P_n$:</td></tr>
</table>

ومنه $P_n=\frac{1}{12}\left(v_n+3+v_{n+1}+3+v_{n+2}+3\ldots+v_{n+2022}+3\right)$

$P_n=\frac{1}{12}\left(S_n+3\times 2023\right)$ .

---

**التمرين الرابع** — **07**

I. الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$ — **0.5**

1) أ- $g'(x)\prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة.

ب- بما أن الدالة g رتيبة و $g(0.56)\times g(0.57)\prec 0$ — **0.25**

فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,56<\alpha<0,57$

إشارة $g(x)$ : — **0.25**

| x | 0 | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| g(x) | ‖ | + | 0 | − | |

2) أ- من اجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ — **0.5**

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to0} f(x)=+\infty$ — **0.25**

$x=0$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى $(C)$

ب- من اجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ — **0.5**

إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $]0,+\infty[$: — **0.75**

| x | 0 | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | ‖ | − | 0 | + | |
| f (x) | ‖ $+\infty$ | ↘ | f( $\alpha$ ) | ↗ | $+\infty$ |

3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $x_0$ و $x_1$ حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$ إذا المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين — **0.5**

4) **من** $g(\alpha)=0$ لدينا $\ln\alpha=-\alpha$ وبالتعويض نجد: $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ — **0.25**

**حصر** $f(\alpha)$ — **0.25**

$-1.35\le f(\alpha)\le-1.31$

5) لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-1-\ln x}{x}\right]=0$

ومنه المنحنى $(\gamma)$ هو منحنى مقارب للمنحنى $(C_f)$

**0.5**

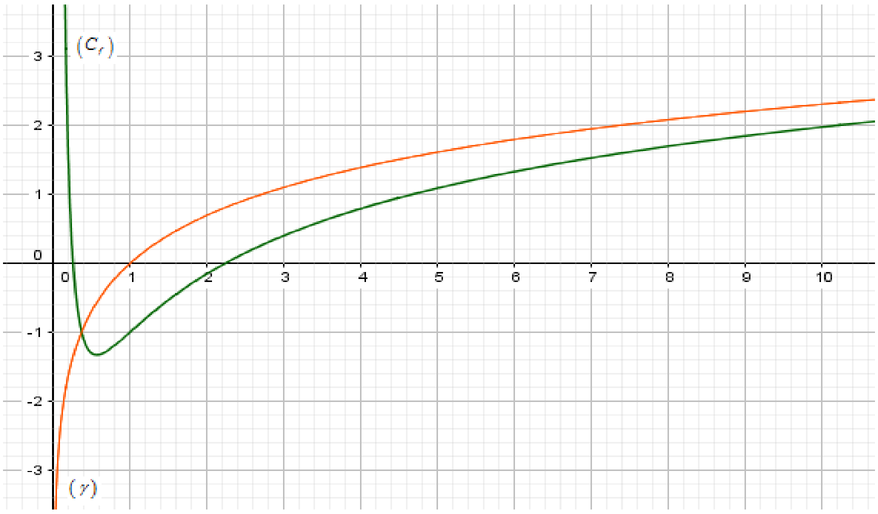
– وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\gamma)$ :

| x | 0 | $e^{-1}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| f(x)-lnx | + | 0 | − |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ فوق $(\gamma)$ | تقاطع | $(C_f)$ تحت $(\gamma)$ |

**0.5**

6) أ– حساب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$

ارسم $(\gamma)$ و $(C_f)$




**0.5**

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة: $f(x)=m$

$m \prec f(\alpha)$ لا يوجد حلول

$m = f(\alpha)$ يوجد حل وحيد

$m \succ f(\alpha)$ يوجد حلين مختلفين

**0.5**

7) حساب المساحة A :

$$A=\left[\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{e}=\frac{3}{2}-\ln\alpha-\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2$$

**0.5**

– التحقق أن: $A=\dfrac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ بتعويض $\ln\alpha=-\alpha$

**0.25**

حصر A :

$1.89 \prec A \prec 1.91$

**0.25**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

**الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022** **الشعبة : تقني رياضي**

---

## الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي مادة الرياضيات

---

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة كاملة |
|---|---|---|---|
| **التمرين الأول** | حل التمرين الأول: | | 05 ن |
| | 1-الإجابة الصحيحة هي : (ب)<br>التبرير : $3y'-2y+6=0$<br>يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$<br>$y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$<br>ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$ | 01ن | |
| | 2-الإجابة الصحيحة هي: (ب)<br>التبرير : $D=]1;+\infty[$ $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2.........(1)$<br>(1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\leq \ln 4$<br>تكافئ $x^2+2x-x-2\leq 4$<br>$x^2+x-6\leq 0$<br>ومنه $S=]1;2]$ | 01ن | |
| | 3--الإجابة الصحيحة هي: (أ)<br>التبرير $f(x)=xe^{-x}$:<br>$f'(x)=xe^{-x\ln 2}$<br>يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$<br>$f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$<br>ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ | 01ن | |
| | 4---الإجابة الصحيحة هي: (ج) | 01ن | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt = [\frac{-\ln t}{t}]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2}dt$<br>$= \frac{-\ln x}{x} - [\frac{1}{t}+c]_1^x$<br>$= \frac{-\ln x}{x} - (\frac{1}{x}+c-1-c)$<br>$= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$ | |
| | 01ن | 5-الإجابة الصحيحة هي: (أ)<br>التبرير: $f(x) = \ln(x^2+2x+3)$<br>$f(-2-x) = \ln[(-2-x)^2 + 2(-2-x)+3]$<br>$= \ln(4+x^2+4x-4-2x+3)$<br>$= \ln(x^2+2x+3)$<br>$= f(x)$ | |
| 04ن | | ***التمرين الثالث:***<br>أ-) تحديد اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $[0,+\infty[$<br>الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و $f'(x) = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} \succ 0$ هذا يعني<br>الدالة $f$ متزايد تماماعلى المجال $[0,+\infty[$ | |
| | 0.5ن | 1-ب) نبين إذا كان $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$<br>لدينا من أجل $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $f(1) \le f(x) \le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[1,\sqrt{3}]$)ومنه<br>$\sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le \sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ وهو المطلوب | |
| | 0.25ن | 2-أ) تمثيل الحدود $u_0, u_1$ و $u_2$ على محور الفواصل<br>نسقط النقطة $M_0(u_0 = 1, u_1)$ على $(\Delta)$ وفق $(ox)$ ثم نسقط نقطة المحصل عليها على $(C_f)$ وفق $(oy)$ نحصل على النقطة $M_1(u_1, u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على $M_2$ | |

0.25ن



ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة على ℕ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2-ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ .

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f\left(\sqrt{3}\right)$ (حسب سؤال رقم 1-ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة 0.5ن

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل

عدد طبيعي $n$: $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة على ℕ 0.25ن

بما ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

**3)نبين $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول**

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$:

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

0.25ن

ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$

**عبارة الحد العام** $v_n$ **بدلالة** $n$ : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$ — 0.25ن

**عبارة الحد العام** $u_n$ **بدلالة** $n$ : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء

$y=\frac{x^2}{3-x^2}$ أي $y(3-x^2)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$ أي

$x^2=\frac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\frac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ بماأن — 05ن

المتتالية $(u_n)$ موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ :لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$ — 0.25ن

حساب بدلالة $n$ الجداء: $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$ — 0.25ن

$$\begin{aligned}p_n&=v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n=v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n\\&=v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}\\&=2^{-n-1}\times 2^{n^2+n}\\&=2^{n^2-1}\end{aligned}$$ 0.25ن

<u>**حل التمرين الثاني:**</u>

**الجزءالاول:**

**تحديد وضعية المنحني** $(\Gamma)$ **بالنسبة إلى** $(\Delta)$

لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى $(\Delta)$ — 0.25ن

ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ $(\Gamma)$ أسفل $(\Delta)$

ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\}$ — 0.25ن

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

**تحديد إشارة** $g(x)$ :

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $x\in\left]\alpha,0\right[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in\left]-\infty,\alpha\right[\cup\left]0,+\infty\right[$

**الجزء الثاني:** $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

**حساب النهايات:** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$$\lim_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$$

07ن

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لدينا: $$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}2(ex-3)+e\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)=+\infty$$

لأن: $$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}=0$$

**نبين من أجل كل عدد حقيقي:** $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و عبارة دالتها المشتقة هي :

$f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$ ومنه.

0.50ن

$$f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

**حساب** $$\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$$

0.25ن

لدينا $$\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$$

**التفسيير الهندسي:** $\left(C_f\right)$ يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة $\alpha$ موازي لحامل محور فواصل

**دراسة اتجاه تغير الدالة** $f$: إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $x\in\left]-\infty,\alpha\right[\cup\left]0,+\infty\right[$ معناه الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجاليين $\left]0,+\infty\right[$ و $\left]-\infty,\alpha\right[$

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in ]0,\alpha[$ معناه الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]0,\alpha[$ .

**جدول تغيرات الدالة $f$**

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم $(D)$ ذو المع

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} f(x)-y=\lim_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e=0$

دراسة وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$ : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

0.5ن إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $]-\infty,-3[$ $(C_f)$ أسفل $(D)$

وعلى المجال $]-3,+\infty[$ $(C_f)$ أعلى $(D)$ ومن أجل $x=-3$ $(C_f)$ يقطع $(D)$ في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف: لدينا $f'$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و

0.25ن $f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

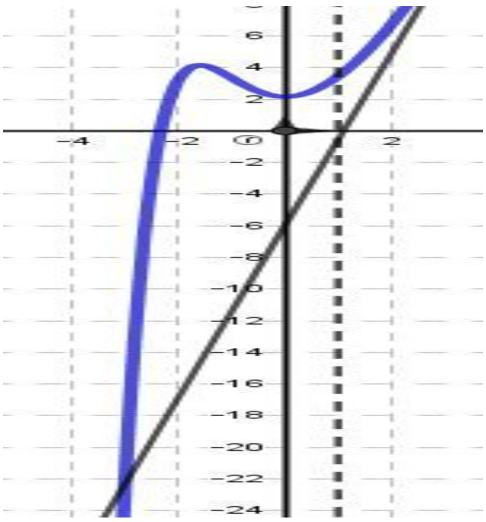
$f''(x)$ تنعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1, f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمنحني البياني $(C_f)$

نبين أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها $\beta$ بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

0.5ن لدينا الدالة $f$ معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]-\infty,\alpha]$ و بالخصوص على المجال $[-2,4,-2,3]$ ومن جهة أخرى
لدينا $f(-2,3)\times f(-2,4)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم
المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\beta$ حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة
فا صلتها $\beta$ بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

0.25ن

رسم المنحني $(C_f)$ و $(D)$




إيجاد العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث

حتى تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

0.50ن $x\to(x+3)e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$

تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x\to(x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

عدد حقيقي $x$ لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ 0.5ن

أي

$(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة

نجد : $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$

و $b=-4$

حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ 0.5ن

بحيث $n\succ 1$ والمستقيم $(D)$

$$I_n=\int_1^n\left[f(x)-y\right]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$$

ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ 0.5ن

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$

***حل التمرين الرابع:***

) إيجاد $\alpha$ و $\beta$ :

لدينا 0.5ن

$$\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$$

أي

$$\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$$

ومنه

$$32\alpha-192=0$$

وبالتالي

$$\alpha=\frac{192}{32}=6$$

0.5ن

نعوض $\alpha$ في الجملة نجد:

$$\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$$

لدينا $A\equiv 0[7]$

أي $\beta+2016\equiv 0[7]$

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بماأن $0 \le \beta < 7$ — 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ — 0.25ن

•كتابة العدد $A$ في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ — 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$ — 0.7ن

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*)

إيجاد $(x_0; y_0)$ :

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0; y_0) = (4; 4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$$\begin{cases} 11x - 9y = 8.......(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $\mathrm{PGCD}(11; 9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y - 4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ومنه $y = 11k + 4$ — 0.25ن

بالتعويض في (*) نجد $11x - 9(11k+4) = 8$ تكافئ $11x - 99k - 36 = 8$

تكافئ $11x = 99k + 44$ — 0.50ن

تكافئ $x = 9k + 4$

ومنه: $S = \{(9k+4; 11k+4) / k \in \mathbb{Z}\}$

❖ ) إيجاد قيم d:

0.25ن

$\begin{cases} d / x \\ d / y \end{cases}$ هذا يعني $d / 11x - 9y$

أي $d / 8$ — 0.25ن

و منه $d \in \{1; 2; 4; 8\}$

2) استنتاج الثنائية $(x; y)$ :

لدينا $PGCD(x; y) = 2$ يكافئ $\begin{cases} 2 / (11k+4) \\ 2 / (9k+4) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 11k + 4 \equiv 0[2] \\ 9k + 4 \equiv 0[2] \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} k \equiv 0[2] \\ k \equiv 0[2] \end{cases}$

أي $k = 2k'$ ; $k' \in \mathbb{Z}$

01ن

ومنه

$\begin{cases} x = 11(2k') + 4 \\ y = 9(2k') + 4 \end{cases}$

إذن $S = \{(22k' + 4; 18k' + 4)\}$

0.5ن

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 0.5ن | |