الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة — **الثانوية : الحرية**
المادة : رياضيات — **المستوى : ثالثة ثانوي**
الشعبة : تسيير وَ إقتصاد — **المعامل : 5**
الفرض الأول — **المدة: 1 سا وَ 30 د**

التمرين الأول (5ن): $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرّفة بحدّها الأول : $w_0 = 1$ وَ بالعلاقة التراجعية :

$5w_{n+1} = 5w_n + 3$ ، من أجل كل عدد طبيعي n.

1) بيّني أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها .**(1.5ن).**
2) أكتبي w_n بدلالة n. **(1ن).**
3) هل 2971 من حدود المتتالية (w_n) ؟ إن كانت الإجابة نعم فما هو رتبته ؟ **(1ن).**
4) أحسبي المجموع S_n حيث: $S_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_{4950}$. **(1.5ن).**

التمرين الثاني (5ن): $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية حيث: $\begin{cases} t_0 + t_3 = 6 \\ t_2 + t_5 = 22 \end{cases}$

1) أوجدي الأساس r وَ الحد الأول t_0 لهذه المتتالية. **(1.5ن).**
2) أكتبي t_n بدلالة n. **(0.5ن).**
3) هل العدد 2021 هو حد من حدود المتتالية (t_n) ؟ إن كانت الإجابة نعم فما هو رتبته ؟ **(1ن).**
4) أحسبي بدلالة n الجداء P : $P = 1442^1 \times 1442^5 \times 1442^9 \times \ldots \times 1442^{4n+1}$. **(2ن).**

التمرين الثالث (5ن): $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرّفة بحدّها الأول : $u_0 = 6$ وَ بالعلاقة التراجعية :

$3u_{n+1} - 2u_n = 3$ ، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n. **(0.25ن).**

1) أحسبي الحدود الثلاث الأولى للمتتالية (u_n). **(0.5ن).**
2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = u_n - 3$.
أ- أثبتي أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وَ حدّها الأول. **(1ن+0.25ن+0.25ن).**
ب- عبّري عن v_n بدلالة n ، ثُمّ إستنتجي عبارة u_n بدلالة n. **(0.5ن+0.5ن).**
جـ - أحسبي المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + v_2 + \cdots + v_n$. **(0.75ن).**
د- إستنتجي المجموع S_n' بدلالة n حيث: $S_n' = u_0 + u_2 + \cdots + u_n$. **(1ن).**

التمرين الرابع (5ن): بيّنت دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون على التقاعد سنوياً وَ بالمقابل يُوظف 3000 عامل سنوياً ، علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمال 50000.
نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ :b_n لعدد العمال سنة $(2012 + n)$ أي: $b_0 = 50$.

1) أوجـــدي b_1 ، b_2. **(0.5ن).**
2) أ- بيّني أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $b_{n+1} = 0{,}95b_n + 3$. **(0.5ن).**
ب- هل المتتالية (b_n) حسابية؟ هل هي هندسية؟ **(0.5ن).**
3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $c_n = 60 - b_n$.
أ- أثبتي أنّ (c_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها وَ حدها الأول. **(0.75ن).**
ب- أكتبي c_n بدلالة n ثُمّ إستنتجي b_n بدلالة n. **(0.75ن).**
جـ- قدّري عدد العمال سنة 2021. **(0.5ن).**
د- حددي إتجاه تغيّر المتتالية (b_n) . **(0.75ن).**
هـ- أحسبي نهاية المتتالية (b_n). **(0.75ن).**

ملاحظات هامة جداً:
1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَ الكتابة تكون إما بالأزرق أَوْ الأسود .
2) لا تكتبي وَ لا تُلطخي هذه الورقة لأنّك ستُرجعيها مع ورقة الإجابة .
3) يُمنع إستعمال الآلة الحاسبة ذات الشاشة التي يزيد عرضها عن $2cm$.

بالتوفيق ـــــــــــــــ الأحد 24 جانفي 2021 ـــــــــــــــ الأستاذة زعتر آمال