الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات **الشعبة: علوم تجريبية**

ثانوية وادي الجمعة **المدة : 03 ساعات و نصف**

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين:

الموضوع الاول

التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; I; J; K)$. نعتبر النقط $A(-2; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; -2)$ و I منتصف القطعة $[AB]$

1- أ- بين ان النقط A , B, C تعين مستوي نرمز له بالرمز (Q)

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

2- (P) المستوي الذي يشمل I و يعامد الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) , ماذا يمثل المستوي (P)

ب- بين ان المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يشمل النقطة C و ان الشعاع $\vec{U} = \vec{I} + \vec{J} - 2\vec{K}$ شعاع توجيه له ثم اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

3- أ- بين ان الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}$ متعامدان

ب- استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

4- أ- تحقق ان الرباعي OAIC هو رباعي وجوه

ب- احسب المسافة $d(O; (Q))$ ثم احسب حجم رباعي الوجوه OAIC

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود $U_1; U_2$ و U_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_n \leq n + 3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)

ج- استنتج ان (U_n) محدودة من الاسفل. هل يمكن القول ان (U_n) متقاربة ؟

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $V_n = U_n - n$

أ- بين ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب- عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

ج- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

4- ا- لتكن المتتالية (T_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $T_n = \ln(V_n)$

ب- برهن ان المتتالية (T_n) حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ج- احسب بدلالة n المجموع: $A_n = T_0 + T_1 + T_2 + \cdots + T_n$ ثم استنتج الجداء: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; U; V)$ (وحدة الرسم $4cm$)لتكن النقطة A ذات الاحقة $Z_A = i$

و B ذات الاحقة $Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

1- ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$. نسمي C صورة النقطة B بالدوران R

أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل R

ب- احسب Z_c لاحقة النقطة C

ج- اكتب Z_B و Z_C على الشكل الجبري

د- انشئ النقط $B; A$ و C

2- لتكن D مرجح الجملة $\{(A, 2); (B, -1); (C, 2)\}$

أ- عين Z_D لاحقة النقطة D ثم انشئها

ب- بين ان النقط A , B , C و D تنتمي الى نفس الدائرة

3- ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2. نسمي E صورة النقطة D بواسطة التحاكيh

أ- بين ان لاحقة النقطة E هي: $Z_E = \sqrt{3}$

ب- اكتب العبارة المركبة للتحويلh

4- احسب النسبة $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$ و اكتب النتيجة على الشكل الاسي

ب- استنتج طبيعة المثلث CDE

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ب: $f(x) = x + 2 - 2\ln|2x + 1|$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; I; J)$

1- ا- احسب كلا من $f(3), f\left(\frac{3}{2}\right), f\left(-\frac{5}{4}\right), f(-4)$

ب- احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

د- بين ان (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث: $-\frac{5}{4} < a < -1$

2- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ب: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x + 1)^2$ و (Γ) تمثيلها البياني

أ- اثبت ان (Γ) يقبل المستقيم ذو المعادلة: $y = -\frac{1}{2}$ كمحور تناظر له

ب- انشى (Γ) باستعمال (C)

ج- عين معادلة المستقيم (D) المماس ل (Γ) و الذي معامل توجيهه 1

ح- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $g(x) = x + m$

3- باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة $h: \to \ln(2x + 1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و التي تنعدم عند 0

ت- β عدد حقيقي حيث: $-\frac{1}{2} < \beta < \frac{3}{2}$ احسب مساحة الحيز المستوي $A(\beta)$ المحدد ب (C) و المستقيمات $x = \beta, x = \frac{3}{2}, y = 0$

ثم احسب $A(\beta)$ عندما يؤول β الى $-\frac{1}{2}$

الموضوع الثاني

التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; I; J; K)$. نعتبر النقط $A(2; 1; 3), B(-3; -1; 7), C(3; 2; 4)$

1- بين ان النقط A ; B ; C تعين مستوي

2- ليكن (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$ حيث: $t \in \mathbb{R}$

أ- بين ان المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي(ABC)

3- أ- لتكن H نقطة تقاطع (D) و المستوي(ABC)

ب- بين ان H هي مرجح الجملة $\{(A, -2); (B, -1); (C, 2)\}$

4- أ- عين طبيعة (E) مجموعة النقط M التي تحقق: $\left(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$

ب- عين طبيعة (F) مجموعة النقط M التي تحقق: $\left\|-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \sqrt{29}$ و حدد عناصرها المميزة

ج- ادرس تقاطع المجموعتان (E) و (F)

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; 2]$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

1- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; 2]$

ب- انشئ (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; I; J)$ الوحدة على المحورين $4cm$

ج- برهن انه من اجل كل $x \in [0; 2]$ فان $f(x) \in [0; 2]$

2- أ- نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة ب: $U_0 = 0$ و من اجل كل عدد طبيعي n لدينا:$U_{n+1} = f(U_n)$

ب- مثل ثلاثة حدود الاولى من المتتالية (U_n) على محور الفواصل و ذلك بالاستعانة بالمنحني (C) و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

3- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$ و $U_n < U_{n+1}$

ب- هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟ علل.

4- أ- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3}}{U_n+2}\left(U_n - \sqrt{3}\right)$

ب- عين عددا حقيقيا k من $]0; 1[$ بحيث: $\left|U_{n+1} - \sqrt{3}\right| \leq k\left|U_n - \sqrt{3}\right|$

5- أ- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $\left|U_n - \sqrt{3}\right| \leq k^n\left|U_0 - \sqrt{3}\right|$

ب- استنتج نهاية المتتالية (U_n)

التمرين الثالث:

1- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية: $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;U;V)$ النقط: C و B,A التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A=-1+i\sqrt{3};\ z_B=-1-i\sqrt{3};\ z_C=2$$

أ- بين ان: $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب- عين لاحقة المركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ثم ارسمها

3- أ- عين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحقة Z و التي تحقق:

$$2(Z+\bar{Z})+Z\bar{Z}=0$$

ب- تحقق ان A و B تنتميان الى (Γ)

4- أ- ليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

ب- عين لاحقة B' صورة النقطة B بالدوران R

ج- عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

د- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ ب: $f(x)=\frac{x}{x-2}+\frac{ln(x-2)^2}{x-2}$ (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$

حيث: $\|\vec{I}\|=\|\vec{J}\|=1cm$

1- احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا

2- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ب- بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a حيث: $a\in\left]\frac{5}{2};\frac{9}{4}\right[$

ج- ادرس الوضع النسبي ل (C) بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة $y=1$

د- بين ان النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحني (C)

3- أ- احسب $f(-1)$ و $f(-2)$ ثم ارسم المنحني (C)

ب- ناقش بياني و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(m-1)x-2m-\ln(x-2)^2=0$

4- ليكن ϑ عدد حقيقي اكبر من 3

أ- احسب $s(\vartheta)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=\vartheta, y=1$ و $x=3$

ب- حل المعادلة ذات المجهول ϑ التالية: $s(\vartheta)=24$

أساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا