امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

المستوى : 3 ع ت **المدة :03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر S_n مجموع المتتالية الحسابية (U_n) المعرف بـ :

$$S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n = 4 - 4n^2$$

أساس المتتالية هو :

أ) $r = -2$ ب) $r = -4$ ج) $r = -8$

2) من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ عبارة مشتقة الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right)$ هي:

أ) $f'(x) = \frac{-1}{4x+4\sqrt{x}}$ ب) $f'(x) = \frac{-3}{4x+4\sqrt{x}}$ ج) $f'(x) = \frac{-5}{4x+4\sqrt{x}}$

3) مجموعة حلول المتراجحة : $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$ هي :

أ) $S = [1;2]$ ب) $S =]-2;1[$ ج) $S = [-2;1]$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1− و خمس كرات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، 1− لا نميز بينها عند اللمس . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

I) نعتبر الاحداث التالية :

A " الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط " ، B " الحصول على كرية بيضاء على الاقل "

C " الكريات الثلاثة المسحوبة لها نفس اللون " ، D " مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 0 "

1) أحسب احتمال الاحداث : A ، B ، C

2) بين أن : $P(D) = \frac{31}{120}$ و $P(C \cap D) = \frac{7}{120}$

II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاثة المسحوبة

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) لتكن (U_n) المتتالية المعرفة بحدها الاول $U_0=\alpha$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\dfrac{U_n-1}{U_n+3}$

ـ عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (U_n) ثابتة على $\mathbb{N}$

II) في ما يلي نضع $U_0=0$

1) عين العدد الحقيقي b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=1+\dfrac{b}{U_n+3}$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<U_n\leq 0$

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-U_n=\dfrac{-(U_n+1)^2}{U_n+3}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية (U_n)

ب) هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟ برر إجابتك

4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\dfrac{1}{U_n+1}$

أ) بين أن المتتالية (V_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الاول V_0

ب) أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n ، و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

5) أحسب المجموع S حيث : $S=\dfrac{8}{U_0+1}+\dfrac{8}{U_1+1}+........+\dfrac{8}{U_{2021}+1}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0<\alpha<\dfrac{1}{2}$

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة : $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 ، أحسب x_0

5) أنشىء (Δ) ، (T) ، (C_f)

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين

إنتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(\ln x)^2+2\ln x-3$

على المجال $]0;+\infty[$ الدالة f :

أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) غير رتيبة

مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$ هي :

أ) $[\ln 2;\mathrm{e}]$ ب) $[\mathrm{e}^{-3};\mathrm{e}]$ ج) $[1;3]$

2) (V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، حدها الاول V_0 و أساسها q حيث :

$V_0+V_1=30$ و $V_0.V_2=576$

$V_{n+1}-V_n$ يساوي :

أ) $18(4)^n$ ب) $3(4)^n$ ج) $3\left(\frac{1}{4}\right)^n$

المجموع $S_n=\ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)+\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)+\dots\dots+\ln\left(\frac{V_n}{V_{n-1}}\right)$ يساوي :

أ) $n\ln 4$ ب) $\ln\left(3(4)^n\right)$ ج) $\ln\left(\frac{1-n^2}{2}\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يتكون مكتب للدراسات من 20 مهندسا و مهندسة يتوزعون حسب الجنس و التخصص كما هو مبين في الجدول أسفله

التخصص	الذكور	الاناث
الاعلام	5	3
الهندسة المدنية	8	4

تم اختيار ثلاثة عناصر من هذا المكتب عشوائيا و في آن واحد للمشاركة في إحدى الدورات التكوينية

نعتبر الحادثتين : A " العناصر التي وقعها عليها الاختيار كلها من الاناث "

B " العناصر التي وقعها عليها الاختيار كلها من نفس التخصص "

1) بين أن $P(A)=\frac{7}{228}$ ثم أحسب $P(B)$ و $p(A\cap B)$

2) ليكن X المتغي العشوائي الذي يساوي عدد تخصصات العناصر التي وقع عليها الاختيار

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوئي X ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]\frac{1}{2};+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x}$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]\frac{1}{2};+\infty[$

2) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n>1$

ب) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة

3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-1\le\frac{1}{2}(U_n-1)$

ب) بين أنه من أجل كل عد طبيعي n : $U_n-1\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n)

4) لتكن (V_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\frac{U_n-1}{2U_n-1}$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . ، ثم أكتب عبارة V_n بدلالة n

ب) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{V_0-1}{U_0}+\frac{V_1-1}{U_1}+.......+\frac{V_n-1}{U_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+3)e^x-1$

1) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty}g(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)(e^x-1)$

و (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

ج) أكتب معادلةلـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ)

4) أنشيء (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0{,}7$)

5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بين أن الدالة h زوجية

ب) تأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فان : $h(x)=f(x-2)+1$

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)

إنتهى الموضوع الثاني