الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الحق بن حمودة + بن سخرية الطيب

إمتحانات بكالوريا تجريبية

الشعبة : علوم تجريبية

دورة ماي 2021

إختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = -3$ و من أجل كلّ كلّ عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 3n - 1$

1/ أ) أحسب u_1, u_2, u_3 .

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n \geq 3$ ؛ $u_n > 0$.

ج) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n \geq 4$ ؛ $u_n > 3n - 4$ ، ثمّ استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

2/ لتكن المتتالية العددية (v_n) من أجل كلّ عدد طبيعي ؛ $v_n = u_n - 9n + 30$.

أ) برهن أنّ (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n .

3/ أ) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1+1} \times e^{v_2+2} \times \cdots \times e^{v_n+n}$.

ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام $0,0,0,1,2,3,4$ و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام $-4, 3, -1$ نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

1/ أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

B : الحصول على كرية حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا.

C : الحصول على ثلاث كريات جداء أعدادها معدوم .

2/ نعيد الصندوق إلى وضعيته الأولى و نسحب منه كرتين على التوالي دون إرجاع .

أ) أحسب إحتمال الحدثين D و E حيث D : الحصول على كرتين مختلفتين في اللون ، E الحصول على كرتين جداء رقميهما عدد سالب تماما .

ب) نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد e^a حيث a يساوي أكبر العددين الذين تحملهما الكرتين المسحوبتين إذا كانا مختلفين و يساوي نفس العدد الظاهر على الكرتين المسحوبتين اللتين تحملان نفس العدد .

◁ عيّن قيم X ◁ عيّن قانون إحتمال X ، ثمّ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

◁ أحسب $P(\ln X > 4)$.

3asency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقطة)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=iz_A$ ، و $z_C=\overline{z_A}$.

1/ أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الجبري و الأسي .

2/ أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(E)\cdots \quad \dfrac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$.

ب) استنتج أنّ النقطة A هي صورة النقطة B بالتشابه S الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω (z_Ω هو حل المعادلة (E)) يطلب تعيين نسبته و زاويته .

3/ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما .

4/ أ) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\dfrac{z_A}{z_C}$ ، لما k يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث ؛ $\arg\left[\left(\dfrac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2\pi k$.

التمرين الرابع: (08 نقطة)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-x+1+e^{-x}$.

1/ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2/ أدرس إتجاه تغير g و شكّل جدول تغيراتها .

3/ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.27<\alpha<1.28$ ، ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(2-x)(e^x-1)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=-2$ ، ثمّ استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له .

ج) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x-2$.

2/ أ) أدرس إتجاه تغير f و شكّل جدول تغيراتها .

ب) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{(2-\alpha)^2}{\alpha-1}$.

ج) أنشئ (C_f) و (Δ) (نأخذ : $f(\alpha)=1.9$) .

3/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$.

4/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=1+(e^{|x|+1}-1)(1-|x|)$.

أ) بيّن أنّ h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $h(x)=f(x+1)+1$.

ج) أنشئ (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقا من (C_f) مع الشرح .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقطة)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 1 - \dfrac{1}{2u_n + 1}$.

1/ برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ؛ $0 < u_n < \dfrac{1}{2}$.

2/ أثبت (u_n) متزايدة و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2/ لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \dfrac{3^n u_n}{2u_n - 1}$.

أ) أثبت أنّ (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ من جديد .

ج) أحسب بدلالة n كلا من S_n و P_n حيث : $S_n = \dfrac{u_0}{2u_0 - 1} + \dfrac{u_1}{2u_1 - 1} + \cdots + \dfrac{u_n}{2u_n - 1}$.

$P_n = e^{v_0} \times e^{v_1 + 1} \times e^{v_2 + 2} \times \cdots e^{v_n + n}$.

التمرين الثاني: (04 نقطة)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذا ت المجهول z التالية : $(iz + 2i - 2\sqrt{3})(z^2 - 4z + 16) = 0$.

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = -2 - 2i\sqrt{3}$ ، $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ ، و $z_C = 2 + 2i\sqrt{3}$.

أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) عيّن الشكل الأسي للعدد المركب Z حيث : $Z = \dfrac{z_B}{z_C^4}$ ، ثمّ استنتج شكله الجبري .

ج) بيّن أنّ ؛ $\left(\dfrac{z_A}{4}\right)^{2020} + \left(\dfrac{z_C}{4}\right)^{1442} = -1$.

3/ هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى يكون : $\left(\dfrac{z_A}{4}\right)^n \times \left(\dfrac{z_B}{4}\right)^n \times \left(\dfrac{z_C}{4}\right)^n$ حقيقي سالب ؟ .

4/ أ) عيّن طويلة و عمدة العدد المركب L حيث ؛ $L = \dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg(z + 2 + 2i\sqrt{3}) + \arg(\bar{z} - 2 + 2i\sqrt{3}) = \dfrac{\pi}{2}$.

التمرين الثالث: (04 نقطة)

يحتوي صندوق على 5 كريات حمراء تحمل الأعداد $-2, 3, 2, 2, 2$ و أربع كريات خضراء تحمل الأعداد $-2, 3, 3, 3$ و كرية زرقاء تحمل العدد -1 ، كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند المس ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

1/ أ) أحسب إحتمال الحدثين A و B حيث ؛ A : الحصول على كرتين من نفس الون ، B : الحصول على كرتين تحملان عددين جداء هما عدد سالب .

ب) أحسب الإحتمالين ؛ $P(A \cap B)$ و $P(\overline{A \cup B})$.

2/ نعتبر المتغير العشوائي X المعرف كما يلي :

إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان نفس العدد فإنّ X يأخذ العدد نفسه ، و إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان عددين مختلفين فإنّ X يأخذ العدد الأكبر فيهما .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .

ب) عيّن قانون إحتمال X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ج) أحسب $P(C_5^x = 10)$.

التمرين الرابع: (08 نقطة)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$.

1/ أدرس تغيرات الدالة g (حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف مطلوب) .

2/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$.

3/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$ ، ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2/ أ) أدرس إتجاه تغير f و شكّل جدول تغيراتها .

ب) بيّن أنّ $f(\alpha) = 4 - \alpha - \dfrac{4}{\alpha+1}$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (α هو حل المعادلة $g(x) = 0$) .

3/ بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) ، (T_b) للمنحنى (C_f) يشملان النقطة $A(1;0)$ ، يطلب تعيين معادلتيهما .

4/ أنشئ (C_f) ، (T_a) و (T_b) .

5/ m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة $m + (x-1)\ln(x+1) = mx - 1$.

6/ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$.

◁ أدرس تغيرات الدالة h دون حساب $h'(x)$.

بالتوفيق في إمتحان شهادة البكالوريا إن شاء الله