الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

إمتحان تجريبي بكالوريا التعليم الثانوي — ثانوية : حي الحرية و الأبيض مجاجة

الشعبة علوم تجريبية — دورة ماي 2021

إختبار في مادة الرياضيات — المدة 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط) : : إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل .

1. f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=3\ln^2(x+1)+\ln(x+1)-4$

$f'(x)$ تساوي : $(a)\frac{6\ln(x+1)+1}{(x+1)}$ $\quad(b)\frac{6\ln(x+1)-1}{(x+1)}$ $\quad(c)6\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}$

2. مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$ هي :

$(a)[e^{-\frac{4}{3}}-1,e+1]$ $\quad(b)]-\infty,e-1]$ $\quad(c)[e^{-\frac{4}{3}}-1,e-1]$

3. θ عدد حقيقي ، الشكل المثلثي للعدد المركب : $z=-3(\sin\theta-i\cos\theta)$ هو :

$(a)3[\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)+i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)]$ $\quad(b)3[\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)+i\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)]$ $\quad(c)3[\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)+i\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta)]$

4. A,B,M نقط من المستوي لواحقهم $z_A=-1+i, z_B=-1$ و z . (T) مجموعة النقط M بحيث : $arg(\overline{z}+1+i)=\frac{\pi}{2}$

(T) هي: (a) القطعة المستقيمة $[AB]$ $\quad(b)$ الدائرة ذات القطر $[AB]$ $\quad(c)$ نصف المستقيم $[AB)$

التمرين الثاني (04 نقاط): (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N بـ $\begin{cases} v_3-v_1=-\frac{16}{27} \\ v_1\times v_2\times v_3=\frac{8}{729}\end{cases}$

1. أحسب الحد v_2 ، ثم الأساس q .

2. أحسب v_0 ، ثمّ جد عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) بدلالة n .

* نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرفتين على N بـ $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{4}{3} \\ u_0=10\end{cases}$ ، $w_n=\alpha u_n+2\alpha-1$

3. أوجد قيمة α حتّى تكون (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

4. نضع $\alpha=\frac{1}{4}$. أكتب w_n بدلالة n ، ثم إستنتج بدلالة n عبارة u_n . أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

5. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=(\ln(w_{2021})+e)+(\ln(w_{2022})+e)+...+(\ln(w_{2021+n})+e)$.

التمرين الثَالث: (05 نقَاط)

يحتوي صندوق علَى 5 كرَات بيضَاء مرقمة $6,4,2,0,0$ وَ 3 كرَات خضرَاء مرقمة $8,2,1$ وَ 4 كرَات سَودَاء مرقمة $9,4,0,0$ ؛ نفرض جميع الكرَات مُتمَاثلة وَ لَا نفرق بينهَا عند اللَمس .

نسحب عَشوَائِيًا في آن وَاحد 4 كرَات من هذَا الصندوق وَ نعتبر الأَحدَاث التَالية :

A « الكرَات المسحوبة من نفس اللَون » C « علَى الأَقل كرة تحمل رقم مختلف عن الكرَات الأُخرَى »

B « ظُهور الأَلوَان الثلَاثَة » D « الحصول علَى أَرقَام هي حدود مُتتَابعَة لِمُتتَالية حسَابية أَسَاسهَا 2 » .

1. أ) أُحسب إحتمَال الحوَادث : A ، B ، C وَ D ، ثم أُحسب $p(A\cap D)$ ، ثم إستنتج $p(\overline{A\cup D})$.

2. X المتغير العَشوَائِي الذي يرفق بكل سحبة أُصغر الأَعدَاد المحصل عليهَا.

تأَكَّد أَنَّ $p(X=0)=\frac{85}{99}$ ، ثمَّ عرف قَانون إحتمَال المتغير العَشوَائي X ، ثمَّ أُحسب أمله الريَاضي .

3. نُعيد الصُندوق اِلَى وَضعِهِ الأَوَّل ، ثم نسحب علَى التوَالي وَ بدون إِرجَاع أربع كرَات من هذَا الصندوق لنشكل عَدَد مكون من أَربَع أَرقَام .

وَ نعتبر الحَادثة : F " الحصول علَى عَدَد زوجي وَ أَكبر تمَامًا من 700 " . أُحسب $p(F)$.

التمرين الرَابع: (07 نقَاط)

I. نعتبر الدَالة g المعرفة علَى $]0;+\infty[$ كمَا يلي : $g(x)=ln(x+2)-ln(x)-\frac{2}{x+2}+\frac{1}{4}$.

1. أُحسب كلًا من : $\lim\limits_{x\to 0^+}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to +\infty}g(x)$.

2. أ) أُدرس إتجَاه تغير الدَالة g ، ثمّ شكل جدوَل تغيرَاتهَا .

ب) إستنتج إِشَارة $g(x)$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$.

II. لتكن الدَالة f المعرفة علَى : $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=xln(\frac{x+2}{x})+\frac{x}{4}+\frac{1}{2}; x\succ 0 \\ f(0)=\frac{1}{2} \end{cases}$

(C) هو المنحني المُمَثل لِلدَالة f في المستوي المنسوب إِلَى معلم متعَامد وَ المتجَانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أُدرس قَابلية إِشتقَاق الدَالة f عند 0 ؟ فسر النتيجة هندسيًا .

2. بَرهِن أَنَّ $f'(x)=g(x)$ ثمّ إستنتج إتجَاه تغير الدَالة f .

3. أ) برهن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}xln(\dfrac{x+2}{x})=2$ (ضع $X=\frac{2}{x}$) ، ثمَّ إستنتج نهَاية الدَالة f عند $+\infty$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معَادلته : $y=\frac{x}{4}+\frac{5}{2}$ مقَارب مَائِل لـ (C) بجوَار $+\infty$.

4. شكل جدوَل تغيرَات الدَالة f ، ثم أُرسم كلًا من (Δ) وَ (C) . (تعطَى (C) تحت (Δ))

5. لتكن الدَالة h المعرفة علَى $]ln2,+\infty[$ بـ : $h(x)=(e^x-2)ln(\frac{e^x}{e^x-2})+\frac{e^x-2}{4}$.

عين العَدَدَين الحقيقيين a وَ b بحيث : $h(x)=f(e^x+a)+b$. ثمّ شكل جدول تغيرَات الدَالة h .

اِنتهَى المَوضوع الأَوَّل

الموضوع الثَاني

التمرين الأَوَل : (04 نقَاط)

(U_n) مُتتَالية معرفة علَى $\mathbb{N}$ كمَا يلي : $\begin{cases} u_0 = \frac{5}{2} \\ u_{n+1} = \frac{-2}{u_n - 4} + 1 \end{cases}$

1. أ) برهن بَالترَاجع أن : $2 \langle u_n \rangle 3$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب) أُدرس إِتجَاه تغير المُتتَالية (u_n) ؛ ثم إِستنتج أَن $u_n \leq \frac{5}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ج) بَرر تقَارب المُتتَالية (u_n) .

2. تحقَق أن : $0 < u_{n+1} - 2 \leq \frac{2}{3}(u_n - 2)$ لكل n من $\mathbb{N}$ ؛ ثمّ بيّن أن $0 < u_n - 2 \leq \frac{1}{2}(\frac{2}{3})^n$ ؛ اِستنتِج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3. (V_n) مُتتَالية معرفة علَى $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{2 - u_n}{3 - u_n}$.

أ) برهن أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أَسَاسهَا وَ حدهَا الأَول V_0 .

ب) حَدِد عبَارة V_n بدلَالة n ؛ ثم إِستنتج عبَارة u_n بدلَالة n وَ أُحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ بطريقة ثَانية .

4. أُحسب المجَاميع التَالية : $S = \frac{1}{u_0 - 3} + \frac{1}{u_1 - 3} + ... + \frac{1}{u_n - 3}$ وَ $T = eV_0 + e^2V_1 + e^3V_2 + ... + e^{2021}V_{2020}$

التَّمرين الثَاني :(05 نقَاط)

يحتَوي صُندوق غَير شَفَاف علَى 9 قُرَيصَات لَانُفَرِّق بَينَهَا عندَ اللَمس . مِنهَا 4 قُرَيصَات حَمرَاء تحمِل الأَحرُف a, a, b, c ، وَ 3 قُرَيصَات بَيضَاء تحمِل الأَحرُف a, a, b ؛ وَ قُرَيصَتَان سَودَاء تحمِلَان الأَحرُف a, c

ـ نَسحَب عَشوَائِيًا وَ بِدونَ اِرجَاع 3 قُرَيصَات مِن الصُّندوق ، توضَع جَنبًا بجنب لتُشَكَّل كَلِمَة مُلَوَّنَة .

نَعتَبِر الحَدَثَين التَّاليَين : A « القُرَيصَة المَسحوبَة الثَانيَة حَمرَاء » B « توجَد قُرَيصَة وَاحِدَة فَقَط تحمِل الحَرف b » .

1. أُحسُب كُل مِن : $p(A), p(B)$ ، ثم بَرهِن أَنَّ $p(A \cap B) = \frac{19}{84}$ ، ثم اِستَنتِج $p(A \cup B)$.

α عدَد طَبيعي ، وَ يَلعَب لَاعِب اللُعبَة التَّاليَة : بَعدَ سَحب القُرَيصَات الثلَاث إِذَا تشَكَّلَت كَلِمَة bac فَانَّهُ يَربح $e^{2\alpha}$ دج ، وَ إِذَا لَم تَتَشَكَّل كَلِمَة bac فَإنَّهُ يخسَر e^{α} دج . X مُتَغَير عَشوَائِي يَتَمَثَّل في الرِّبح الصَافي لِلُعبَة

2. حَدِّد قيَم X ، ثم تَأَكَّد أَنَّ $p(x = e^{2\alpha}) = \frac{5}{126}$ ، ثم استَنتِج قَانون اِحتِمَال X

3. أَوجِد أَصغَر عدَد طَبيعي α كَي تَكون اللُعبَة في صَالح اللَاعِب .

* نُعيد الصندوق اِلَى وَضعِهِ الأَوَّل وَ نَسحَب مِنهُ n كُرَة علَى التوَالي بَالاِرجَاع ، n عدَد طَبيعي أَكبَر تمَامًا مِن 2 .

4. أُحسُب u_n اِحتِمَال الحُصول علَى كُرَتَين بَيضَاء عَلَى الأَقَل ، ثم أُحسُب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$. فَسّر النتيجَة .

التمرين الثَالث: (04 نقَاط)

1. حل في مجموعة الأَعدَد المركبة $\mathbb{C}$ المعَادلة : $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$.

2. ينسب المستوي المركب إِلَى معلم متعَامد وَ متجَانس $(o; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، وَ C التي لوَاحقهَا علَى الترتيب $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ وَ $z_C = -\sqrt{3} + 3i$.

أُكتب كَلا من z_A وَ z_C وَ $\frac{z_C}{z_A}$ علَى الشكل الأَسي . ، ثمّ إِستنتج طبيعة المثلث OAC .

3. أ) أُحسب : $(\frac{z_A}{2\sqrt{3}})^{1442} + (\frac{z_B}{2\sqrt{3}})^{2021}$ (تعطَى النتيجة النهَائِية علَى الشكل الجبري).

ب) عين .قيم العَدَد الطبيعي n حتَى يكون $(\frac{z_A}{2\sqrt{3}})^n$ حقيقي سَالب .

4. لتكن النقطة D نظيرة C بَالنسبة إِلَى محور الفوَاصل . عيِّن z_D ، ثمَّ بين أَن المستقيمين (AD) وَ (BC) متعَامدَان .

التَّمرين الرَابِع : (07 نقَاط)

g الدَالَة العدَديَة المُعرَّفَة علَى $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x+2)e^x - \frac{1}{2}$.

1. أُدرُس اِتجَاه تَغيُّر g ، ثم شَكِّل جَدوَل تغيرَاتهَا .

2. بَرهِن أَنَّ المُعَادَلَة $g(x) = 0$ تَقبَل حَل وَحيد α ، حيثُ $-0.9 < \alpha < -0.8$ ، ثم اِستَنتِج إِشَارَة $g(x)$.

لِتَكُن f الدَالَة المُعَرَّفَة علَى $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2(e^x - \frac{1}{4})$. (C_f) تَمثيلُهَا البيَاني في م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3. أُحسُب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

4. بَيِّن أَنَّ $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + \frac{1}{4}x^2] = 0$ ، فَسِّر النتيجَة بيَانَا .

5. أُدرُس الوَضع النِّسبي بَين (C_f) وَ (T) حيثُ $(T) : y = -\frac{1}{4}x^2$.

6. بَرهِن أَنَّهُ مِن أَجل كُل عدَد حَقيقي x ، فَإِن $f'(x) = xg(x)$ ثم أُدرُس اِتجَاه تَغيُّرهَا ثم شَكِّل جَدوَل التَغيُّرَات .

7. أَوجِد نِقَط تقَاطُع (C_f) معَ مِحوَر الفوَاصِل ، ثم اِستَنتِج الوَضع النِسبي لِلنحني (C_f) وَ مِحوَر الفوَاصِل .

8. أُحسُب $f(1), f(\frac{3}{2})$ ، ثم أَنشىء كُل مِن $(C_f), (T)$. تُعطَى $f(\alpha) \simeq 0.2$

9. عيِّن بيَانيَا قيَم الوَسيط الحَقيقي m كَي تَقبل المُعَادَلَة : $f(x) = m^2$ ثلَاث حُلول مُتَمَايِزَة .

$*$ لَتكُن h دَالَة مُعَرَّفَة علَى $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2(\frac{4-e^{|x|}}{4e^{|x|}})$.

10. جِد عَلَاقَة بَينَ $h(x)$ وَ $f(x)$ ، ثم أُرسُم (C_h) اِعتمَادَا علَى (C_f) .

اتهَى المَوضوع الثَاني