الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط — ثانويات ولاية الأغواط –المقاطعة 1–

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2021

الشعبة : تقني رياضي

إختبار في مادة الرياضيات — المدة : 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

I نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$.

- برهن بالتراجع أن المتتالية (u_n) ثابتة .

II نعتبر الآن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$.

1) أملء الجدول التالي (تعطى النتائج مقربة إلى 10^{-3}) .

n	0	1	2	3	4
u_n					

أذكر تخمينا يتعلق باتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) أ- برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن $0 \prec u_n \leq 2$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي $v_n = \ln(u_n) - \ln 2$.

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) أحسب، بدلالة n، المجموع : $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + ... + \ln(u_n)$ ثم استنتج الجداء : $P_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

كيس يحتوي على 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1،1،2،2،2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3، 2، -3 و كرية بيضاء تحمل الرقم -1.

1) نسحب عشوائيا أربع كريات و في آن واحد. أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " الحصول على اربع كريات تحمل نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.

ب) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب احتمال الحدث: " $X^2 - X > 0$ "

التمرين الثالث : (5 نقاط)

1/ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) $3x-2y=1$........

2/ ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم.

أ/ بين ان الثنائية $(14n+3;21n+4)$ حل للمعادلة (E) .

ب/ استنتج ان العددين $14n+3$ و $21n+4$ اوليان فيما بينهما.

3/ ليكن d هو القاسم المشترك الاكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$.

أ/ عين قيم d .

ب/ بين ان $n\equiv 6[13]$ يكافئ $d=13$.

4/ من اجل كل عدد طبيعي n و $n\geq 2$ نضع $a=28n^3-8n^2-17n-3$ و $b=21n^2-17n-4$.

أ/ بين ان a و b مضاعفان للعدد $(n-1)$.

ب/ عين حسب قيم n القاسم المشترك الاكبر للعددين a و b .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

❶ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{1-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

❷ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x+1)e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ / بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب / بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج / إستنتج ان للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

2) أ / بين ان المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب / ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

3) (T) المستقيم الذي معادلته $y=x+e$. بين ان (T) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين احداثييها.

4) أ / بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.9\prec\alpha\prec-0.8$.

ب / أنشئ (Δ) و (T) ثم (C_f) .

ج / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $(x+1)e^{1-x}=|m|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)=z^3-12z^2+48z-128$

أ) بين أن $P(z)$ يكتب على الشكل $P(z)=(z-8)(\alpha z^2+\beta z+\gamma)$ ، حيث α ، β ، γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب هي :
$z_A=2-2\sqrt{3}i$ ، $z_B=2+2\sqrt{3}i$ ، $z_C=8$

أ) أحسب طويلة وعمدة العدد المركب $z_A=2-2\sqrt{3}i$ ، علم النقط A ، B ، C .

ب) أحسب $Z=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ ثم عين طويلة وعمدة Z ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء ثلاثة منها تحمل العدد 1 و واحدة تحمل العدد 2 وكرتين حمراوين تحملان العددين 0 و 1− .
كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس .

1/ نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التوالي بالارجاع.

أ/ ما احتمال A " الحصول على كرتين جداء رقميهما سالب تماما ".

ب/ ما احتمال B " الحصول على كرة حمراء في السحب الثاني ".

2/ نقوم باستبدال الكرات الحمراء بـ n كرة بيضاء تحمل العدد 2 حيث $n \succ 1$ و نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التوالي بدون ارجاع.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين .

أ/ عين قيم المتغير العشوائي ثم عرف قانون احتماله.

ب/ بين ان الامل الرياضياتي $E(X)=\dfrac{4n+10}{n+4}$.

ج/ عين اصغر قيمة للعدد الطبيعي n حيث يكون $E(X)\succ\dfrac{39}{10}$.

التمرين الثالث : (4 نقاط)

نعتبر في المجموعة Z^2 المعادلة : $(E).....5x-6y=3$

1) أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن : x مضاعف للعدد 3.

ب- استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في Z^2 المعادلة (E).

ج- استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

د- حل الجملة (S) بطريقة أخرى ليست استنتاجية.

2) عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2 - y^2 \leq 56$

3) a و b عددان طبيعيان حيث : $a = \overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5 .

- عين α و β حتى تكـون الثنائية (a,b) حلا للمعادلة (E).

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I. g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$.

1) بين أن : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} g(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق : $3.9 \prec \alpha \prec 4$.

4) عين اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II. f الدالة المعرفة بـ $f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f(x) = \dfrac{(\ln(x+1))^2}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج- أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل x على المجال $]-1;+\infty[$ فإن : $f'(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2} g(x)$

أ- عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بين أن : $f(\alpha) = \dfrac{4\alpha}{(\alpha+1)^2}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

د) أرسم المنحنى (C_f) و المماس (T).

بالتوفيق في شهادة البكالوريا 2021