على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4,5ن):

لتكن المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: $645x-195y=13^n-54n-1$ حيث $n\in\mathbb{N}$

1)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 13^n على 15

2)عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها المعادلة (E_n) تقبل حلول في $\mathbb{Z}^2$.

3)جد الحل الخاص (x_0,y_0) للمعادلة (E_2) بحيث : $x_0+y_0=4$ ثم حل المعادلة (E_2) في $\mathbb{Z}^2$.

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي الاساس 6 ويكتب $\overline{\beta0444}$ في النظام ذي الاساس 5

عين قيمة العددين الطبيعيين α و β ثم أكتب N في النظام العشري.

التمرين الثاني (04 ن)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\dfrac{1}{4}$

و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3-\dfrac{10}{u_n+4}$ و $v_n=\dfrac{u_n+2}{1-u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع على أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{5}{2}$.

ب) عبر عن v_n بدلالة n.

ج) اوجد عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$.

3)أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{3}{1-u_{2021}}+\dfrac{3}{1-u_{2022}}+\dots\dots\dots\dots+\dfrac{3}{1-u_{2021+n}}$

التمرين الثالث:(4,5 ن)

يحتوي كيس على 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها ثلاثة حمراء تحمل الارقام $-1,0,1$ وأربعة بيضاء تحمل الأرقام $-1,1,0,1$ وكرتين خضراء تحمل الأرقام $0,-1$ نسحب على التوالي وبدون ارجاع ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : سحب ثلاث كرات من نفس اللون.

B : سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الأصغر من بين الأعداد المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج)أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الرابع (07 ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\left(-x^2-x+1\right)e^{-x}-1$

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والاخر α جيث $-1;6 \prec \alpha \prec -1;5$

3) حدد اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) تحقق أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ واستنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ثم أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيتهما.

5) أنشئ على المجال $]-2,5;+\infty[$ كل من (Δ) و (C_f) (تعطى $f(\alpha)=0;3$)

6)نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=|x|+\left(x^2-3|x|+2\right)e^{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ) برهن أن h دالة زوجية.

ب)اشرح كيفية انشاء المنحني (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الاول (05 ن):

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 2$

و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n + 4n - 4$

1)هل المتتالية (u_n) حسابية ؟أم هندسية؟ برر اجابتك

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية ب: $v_n = u_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عددين حقيقين

عين العددين الحقيقين α و β حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول.

3)نأخذ $\alpha = 2$ و $\beta = -1$ أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + ...+ u_n$.

4)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 13 ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد S_{2029} على 13.

5)عين باقي القسمة الاقليدية للعدد: $A = 2014^{2018} + 2015^{1919} + 2016^{2020} + 2018^{2021}$ على 13

التمرين الثاني:(4ن):

توجد اجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية, اختر الاجابة الصحيحة مبررا اختيارك .

1)يحتوي كيس على n كرة حمراء و4 كرات بيضاء الكرات لا نفرق بينها عند اللمس نسحب من الكيس n كرة على التوالي مع اعادة الكرة المسحوبة الي الكيس بعد كل سحبة احتمال الحصول على كرة حمراء على الاقل هو:

أ) $1-\left(\frac{4}{4+n}\right)^n$ ب) $\left(\frac{4}{4+n}\right)^n$ ج) $\left(\frac{n}{n+4}\right)^n$

2) Z عدد مركب حيث : $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ العدد المركب Z^{2021} يساوي:

أ) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ب) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B ، C

التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 3-2i$ ، $z_B = 3+2i$ ، $z_C = 4i$ طبيعة الرباعي $OABC$ هي:

أ) مستطيل ب) معين ج) متوازي أضلاع.

4)حلول المتراجحة : $2\ln(-x+1) - 2 \le 0$ في المجال $]-\infty;1[$ هي:

أ) $[e-1;1[$ ب) $]-\infty;-e+1]$ ج) $]-\infty;1[$

التمرين الثالث(4ن):

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها أربعة بيضاء تحمل الارقام$1,1,2,3$, وثلاثة حمراء تحمل الأرقام $3,2,1$ وثلاثة خضراء تحمل الأرقام $1,1,3$

نسحب عشوائيا وفي أن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون B : الحصول على ثلاث كرات تحمل رقم فردي

C : الحصول على ثلاث كرات تحمل ألوان العلم الوطني.

2) بين أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{60}$ ثم احسب $P(A\cup B)$

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات التي تحمل الرقم الفردي .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج)أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الرابع (07 ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـــ : $g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g على $]-1;+\infty[$.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$بـــ : $f(x)=x-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\underset{>}{\rightarrow}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلته.

4) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ وماذا تستنتج بيانيا؟

5) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

6) أرسم (Δ) و (T) و (C_f).

7) m وسيط حقيقي ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x+1)+\ln(x+1)=0$

انتهى الموضوع الثاني