الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبي ولاية تلمسان

شعبة: علوم تجريبية دورة: جوان 2021

اختبار في مادة الرياضيات المدة: 3 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

(U_n) متتالية عددية معرفة: $U_0=1$, ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{4U_n+3}{6}$

1- برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n\leq\frac{3}{2}$

2- بين أن المتتالية (U_n) متزايدة, ثم استنتج أن (U_n) متقاربة

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $V_n=2U_n+\alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ- عين α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية.

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم عبر عن U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

د -نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=U_0+\frac{U_1}{2}+\frac{U_2}{2^2}+\dots+\frac{U_n}{2^n}$. عبر عن S_n بدلالة n

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على $n+8$ كرية لا نفرق بينهما باللمس، 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء (n عدد طبيعي أكبر أو يساوي2)

1..نسحب على التوالي كرتين بدون ارجاع الكرية المسحوبة في كل مرة الى الكيس بحيث نربح دينارا من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة و نخسر دينارين من أجل كل كرية سوداء مسحوبة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب قيمة الربح الجبري .

أ-ماهي قيم المتغير العشوائي الممكنة.

ب-أكتب بدلالة n قانون احتماله.

ج-أحسب أمله الرياضياتي.

د-هل توجد قيمة للعدد n تجعل الأمل الرياضياتي معدوما؟ أحسبها.

2.نفرض أننا سحبنا كرتين على التوالي من دون ارجاع، ليكن A_n حادث الحصول على كرتين من نفس اللون . B_n حادث الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

أ-احسب $p(A_n)$ بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}p(A_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

ب- احسب $p(B_n)$ بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}p(B_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

التمرين الثالث: 05 نقاط

1. $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3+8$.

أ- احسب $P(-2)$ ثم جد العددين المركبين α و β بحيث من أجل كل z من $\mathbb{C}$: $P(z)=(z+2)(z^2+\alpha z+\beta)$

ب- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$.

2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

C,B,A نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$

أ- أكتب كلا من z_B,z_A و z_C على الشكل الأسي

ب- أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي

ج-استنتج طبيعة المثلث ABC ثم تحقق أن النقطة O هي مركز ثقل هذا المثلث.

3. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $\left(z_A\right)^n=\left(z_B\right)^n$

4.عين ثم أنشئ (E) مجموعة النقط ذات اللاحقة z حيث: $|2-z|=\left|1+i\sqrt{3}-z\right|$

التمرين الرابع: 07 نقاط

الجزء الأول: لتكن الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\varphi(x)=(x^2+x+1)e^{-x}-1$.

1.أ-عين نهايتي الدالة φ عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

2.بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلين α و β أحدهما معدوم و $\alpha\in\left]1;+\infty\right[$ يطلب تعين حصر للعدد α سعته 10^{-1}.

3.استنتج حسب قيم x اشارة $\varphi(x)$.

الجزء الثاني: f و g دالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بتمثيليهما البيانين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ على الترتيب كما يلي:

$$f(x)=(2x+1)e^{-x} \quad \text{و} \quad g(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+1}.$$

1..بين أن المنحنين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ يمران بالنقطة $A(0;1)$ و لهما نفس معادلة المماس عند النقطة A

2.أ-بين ان من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2+x+1}$

ب-حسب قيم x عين اشارة $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ج-استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة م الحالات التالية، مع التبرير:

1. النهاية التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1-e^{\frac{1}{x}}\right)$ تساوي: (ارشاد: ضع $t=\frac{1}{x}$)

أ- 1 ب- -1 ج- 0.

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n=1+\ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$، المتتالية (u_n):

أ- متزايدة تماما ب- متناقصة تماما ج- غير رتيبة

3. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ ، تمثيلها البياني $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف I احداثياتها هي:

أ- $I(0;2)$ ب- $I(0;3)$ ج- $I(-2;2)$

4. الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية:

x_i	-2	-1	α	3
$p(X=x_i)$	0.12	0.50	β	0.30

قيمتا α و β حتى يكون الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X يساوي 0.32 هما :

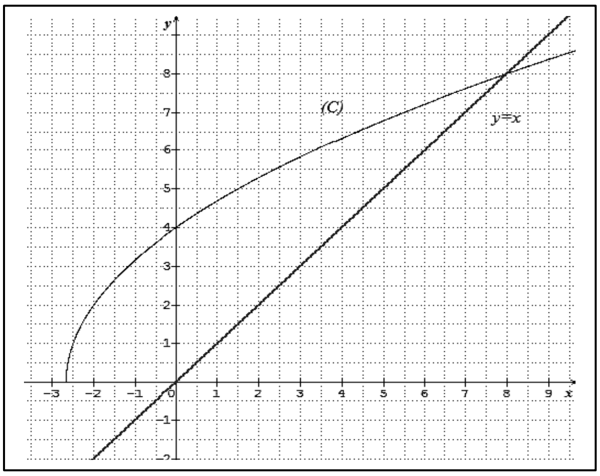
أ- $\alpha=1$ و $\beta=0.08$ ب- $\alpha=2$ و $\beta=0.03$ ج- $\alpha=2$ و $\beta=0.08$

التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحده الأول : $u_0=0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{6u_n+16}$

1. h الدالة المعرفة على $\left[-\frac{8}{3};+\infty\right[$ بما يلي : $h(x)=\sqrt{6x+16}$ و (C) تمثيلها المباني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (انظر الشكل المقابل)

ا)اعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0، u_1، u_2، u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء)



ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le 8$

ا) بين انه من اجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$

ب) استنتج انتجاه تغير (u_n).

3. ا)بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0<8-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(8-u_n)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0<8-u_n\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :

أ- ثلاث كرات من نفس اللون .

ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج-ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2- ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي

أحسب الامل الرياضي ج-أحسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) استنتج أنه، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$، ثمّ تحقق أن $0<\alpha<0,5$.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة : $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0.

أ) احسب x_0.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f).

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

انتهى الموضوع الثاني