الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح عبد الوهاب – تيارت -   **السنة الدراسية:** 2015 / 2016

الشعبة: الثالثة تقني رياضي   **المـــــدة:** 4 ساعات ونصف

إمتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

❶ حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(Z+1)(Z^2-4Z+7)=0$

نرمز بـ $Z_1;Z_2;Z_3$ لحلول هذه المعادلة حيث: Z_1 حقيقي ، $\text{Im}(Z_2)\succ 0$ ، Z_3 للحل الآخر .

❷ المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $A;B;C;D$ و G نقط من المستوي لواحقها: $Z_1;Z_2;Z_3;Z_4;Z_5$ على الترتيب، حيث $Z_4=-3i\sqrt{3}$; $Z_5=Z_1+Z_2+Z_3$

أ) أوجد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CG})$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC.

ب) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S الذي مركزه C و يحول النقطة G الى A .

ج) أوجد عمدة للعدد المركب $\frac{Z_4-Z_3}{Z_5-Z_3}$.فسر ذلك هندسيا .

د) استنتج طبيعة التحويل الذي مركزه C و يحول النقطة G الى D .

❸ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{CG}=12$ ......(1)

أ) بين أن G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

ب) بين أن العلاقة (1) تعني: $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{CG}=-4$ ......(2)

ج) تحقق من أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (E)

د) بين أن العلاقة (2) تعني: $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CG}=0$. استنتج طبيعة (E)

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

أذكر إن كانت كل جملة من الجمل التالية صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

❶ العدد 2017 أولي .   ❷ العددان 2019 و 1437 أوّليان فيما بينهما.

❸ المعادلة $24x+35y=9$ تقبل حلا على الأقل في مجموعة الأعداد الصحيحة.

❹ حلول المعادلة $24x+35y=9$ هي الثنائيات $(70k-144;99-24k)$ حيث: x و y و k أعداد صحيحة.

❺ العدد 1434 يكتب $\overline{809}^{x}$ في نظام عـد أساسه x

❸ w عدد مركب يحقق: $\begin{cases}\arg(w-3+2i)=\arg(w-1)+\frac{\pi}{2}\\ |w-3+2i|=|w-1|\end{cases}$. بين أن الجملة تكافئ $\frac{w-3+2i}{w-1}=i$ ثم عين w.

❹ لتكن نقطة M من المستوي تختلف عن A و B لاحقتها Z و لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي يكون من أجلها $L=\frac{Z_M-Z_B}{Z_M-Z_A}$ عددا تخيليا صرف.

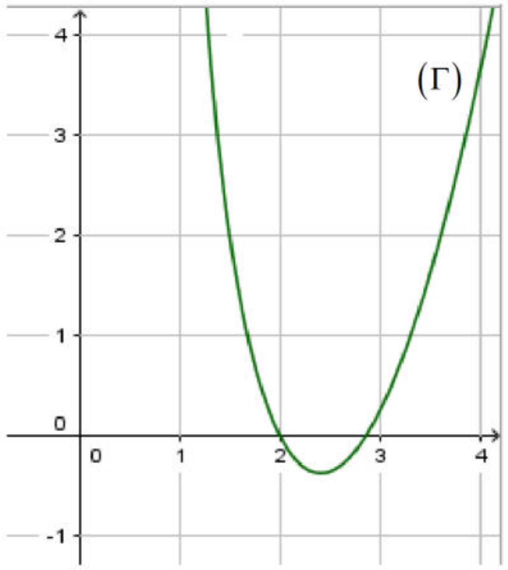
أ) تحقق أن النقطة I تنتمي إلى (E).

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب L ، عين المجموعة (E) ثم أنشئها.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

الجزء I : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .



❶ بقراءة بيانية للمنحنى (Γ)، عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x)=0$.

❷ أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $2{,}87<\alpha<2{,}88$.

❸ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

❷ أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❸ أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

❹ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)=3{,}9$)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(2;1;1)$; $I(3;-1;0)$ و (P) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MI}=0$

❶ بيّن أنّ النقطة A تنتمي إلى المجموعة (P) وأنّ (P) هي المستوي ذو المعادلة: $x-2y-z+1=0$.

❷ جد معادلة لسطح الكرة (S) ذات المركز I وتشمل النقطة A.

❸ ليكن المستوي (P') المعرف بالمعادلة: $2x-y+z-4=0$.

أ) بيّن أنّ (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها R.

ب) لتكن النقطة $B(2;-2;-2)$ تحقق من أنّ AB هو أحد أقطار الدائرة (C).

ج) جد معادلة ديكارتيه للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B.

❹ عيّن المجموعة (Σ) للنقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $(x-2y-z+1)^2+(2x-y+z-4)^2=0$

التمرين الرابع: (05.5 نقاط)

عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

		أ	ب	ج
❶	في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x}-4e^{x}-5=0$ تقبل	حلين	حلاً واحدًا	لا تقبل حلول
❷	$\lim_{x\to 1}\left(\frac{e^{2x-2}-1}{x-1}\right)$ تساوي	$+1$	$+2$	$+\infty$
❸	f و h دالتان معرفتان على الترتيب بـ: $f(x)=\sqrt{x}$ و $h(x)=f(e^{2x}+1)$	$h'(x)=\frac{e^{2x}}{2\sqrt{e^{2x}+1}}$	$h'(x)=\frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+1}}$	$h'(x)=\frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x}+1}}$
❹	التقريب التآلفي للدالة f حيث $f(x)=e^{1-x}$ بجوار 1 هو	$1-x$	$2-x$	$-x$
❺	إذا كانت الدالة f حلا للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ حيث $f(0)=4$ فإن	$f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$	$f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$	$f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$
❻	مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+1)\le\ln(e-1)-\ln\left(\frac{1}{e+1}\right)$ هي	$S=[-e;e]$	$S=]0;e]$	$S=]1;e]$
❼	مشتقة الدالة f حيث $f(x)=\ln(x^2)+(\ln x)^2$	$f'(x)=\frac{1+2\ln x}{x^2}$	$f'(x)=\frac{2(1+\ln x)}{x}$	$f'(x)=\frac{2(x+\ln x)}{x^2}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03.5 نقاط)

❶ جد جميع الثنائيات المرتبة $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $x^3-y^3=631$

❷ أ) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد 111 على 7 .

ب) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 7

❸ α عدد طبيعي يكتب في النظام العشري كمايلي: $\alpha=\overline{999888777666555444333222111}$

أ) بيّن أنّ α يكتب بدلالة العدد 111 .

ب) ما هو باقي قسمة العدد α على 7 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x;y;z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

❶ بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها .

❷ نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x-2y+z-2=0$

أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S)

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

❸ نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$ حيث m عدد حقيقي .

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

➢ بيّن أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S)

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

❶ حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $(Z-3+2i)(Z^2+6Z+10)=0$.

❷ نعتبر الأعداد المركبة: $Z_A=3-2i$; $Z_B=1$; $Z_C=-3+i$; $Z_D=-3-i$; $Z_I=3$.

أ) علم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط: A ; B ; C ; D و I .

ب) عين طبيعة الرباعي $AICD$.

ج) أكتب العدد Z_A-Z_B على الشكل الأسي، ثم تحقق أن العدد $(Z_A-Z_B)^{2016}$ حقيقي.