المستوى:الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد	مارس 2020
اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات	المدة : 3.5 سا

التمرين الأول

المطلوب: اختبار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية المقترحة مبرّرًا الاختبار.

التكامل $\int_{-2}^{2}\frac{x^2}{4}dx$ يساوي	① $\frac{3}{4}$	② 0	③ $\frac{4}{3}$
إذا كان S الحيز المستوي المعرف بـ: $0 \le y \le f(x)$ و $a \le x \le b$ مع $S = 1$ فإنّ:	① $b = 0$ و $a = -1$ و $f(x) = x$	② $b = e$ و $a = 1$ و $f(x) = +\frac{1}{x}$	③ $b = 2$ و $a = 1$ و $f(x) = \frac{1}{x^2}$
لتكن $f(x) = 8x^3 + 1$ الدالة الأصلية لـ: f التي تنعدم من أجل $x = 1$ معرفة بـ:	① $F(x) = x^4 + 1$	② $F(x) = 2x^4 + x - 3$	③ $F(x) = 3x^4 + 1$

التمرين الثاني

- لتكن الدالة f المعرفة على $D_f =]1,+\infty[$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \ln(x-1)$

(C_f) هو تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1)- أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، ثم فسر هذه النتيجة هندسيا .

2)- بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$. (نذكر أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}$)

3)- ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

4)- أ)- أحسب : $f(2)$

ب)- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]4,5;4,6[$.

5)- أ)- أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$.

ب)- أنشئ (Δ) و (C_f) .

التمرين الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \alpha)$

1/ عين قيمة α التي من أجلها تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2/ نضع $\alpha = -1$.

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n + 1$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

جـ - بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .

د- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

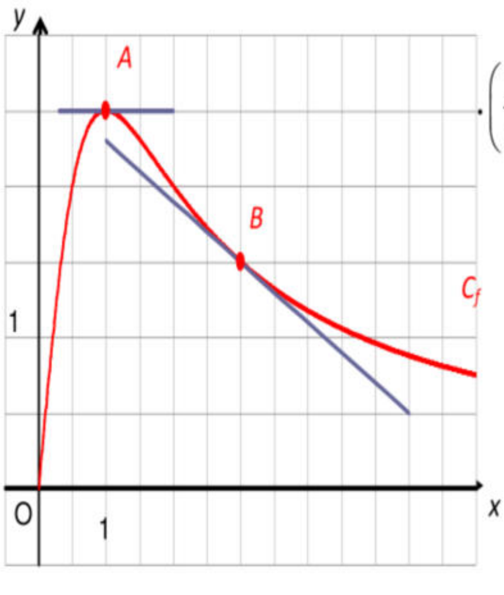
التمرين الرابع

الشكل التالي هو التمثيل البياني C_f لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$ و f' دالتها المشتقة.نعلم أن:

-محور الفواصل مقارب لـــ C_f عند $+\infty$.

-المنحني C_f يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة A.

-المماس لـــ C_f عند النقطة B يشمل النقطة التي إحداثياتها $\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$.



1. انطلاقا من المنحني C_f:

أ) عين $f'(1)$ و $f(0)$ و $f'(3)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

2. نعتبر الدالة g المعرفة بــ : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

ا) حدد مجموعة تعريف الدالة g .

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g على مجموعة تعريفها

ج) احسب $g'(1)$ و $g'(3)$.

بالتوفيق

أن تضيء شمعة صغيرة، خير لك من أن تنفق عمرك تلعن الظلام.

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل
التمرين 1	1) ⟵ جـ $\underline{01}$ 2) ⟵ ب $\underline{01}$ 3) ⟵ ب $\underline{01}$
التمرين 2	1)- $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = -\infty$ ، ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x = 1$ 2)- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln(x-1)}{x} \right] = -\infty$. 3)- من اجل كل x من D_f : $f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{x-1} = \frac{-x+3}{x-1}$ - f متناقصة على المجال : $]3,+\infty[$ ، f متزايدةعلى المجال : $]1,3]$

جدول تغيرات الدالة f :

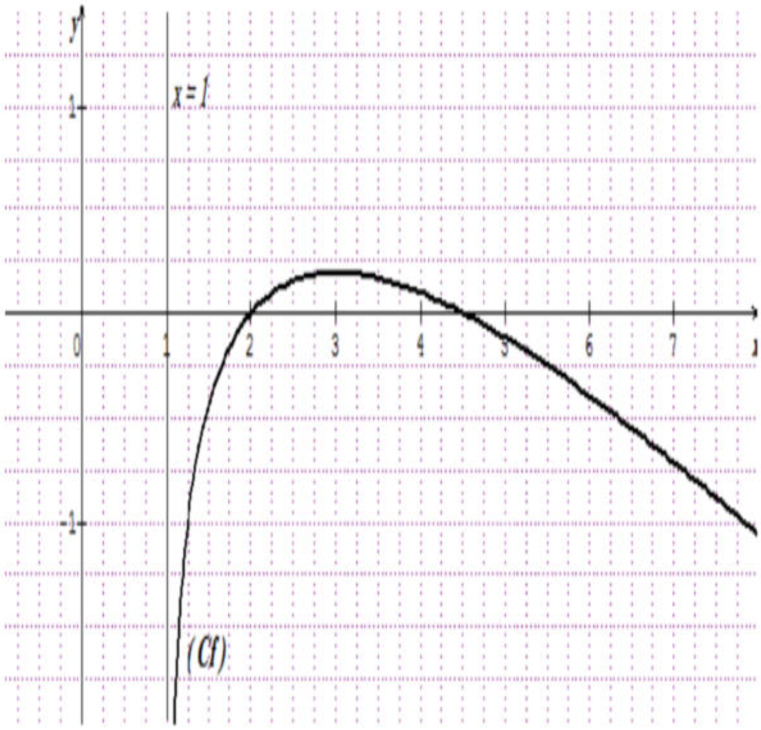
x	3	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	$-\infty$ ↗	0.2	↘ $-\infty$

4)- أ)- $f(2) = 0$

بـ)- مبرهنة القيم المتوسطة :

5)- أ)- $(\Delta): y = f'(2)(x-2) + f(2) = \frac{1}{2}x - 1$

بـ)- إنشاء (Δ)و (C_f):



التمرين 3

قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة: $u_0=\frac{1}{2}(u_0+\alpha)$ بتعويض قيمة $u_0=1$ نجد $\boxed{\alpha=1}$

إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية :من أجل كل عدد طبيعي : $v_{n+1}=u_{n+1}+1$

نجد : $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ ومنه أساس المتتالية (v_n) هو : $q=\frac{1}{2}$ حيث $v_0=2$

كتابة v_n ثم u_n بدلالة n : $\boxed{v_n=2(\frac{1}{2})^n}$ و $\boxed{u_n=2(\frac{1}{2})^n-1}$ من أجل كل عدد طبيعي n

من N

نهاية المتتالية u_n تتقارب نحو (1-)

التمرين 4	$\boxed{f(0)=0}$ ، $\boxed{f'(1)=0}$ ، $\boxed{f'(3)=\frac{1.5-0.5}{3-5.5}=\frac{-2}{5}}$ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0,1]$ ومتناقصة تماما على المجال $[1,+[$ مجموعة تعريف الدالة g: $]0,+[$ اتجاه تغيرات الدالة $g(x)=\frac{1}{f(x)}$: **من أجل كل عدد حقيقي x من** $]0,+[$: $\boxed{g'(x)=\frac{-f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}}$ **حساب** $g'(1)$: $\boxed{g'(1)=0}$ حساب $g'(3)$: $\boxed{g'(3)=\frac{4}{15}}$