

## اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

### التمرين الأول: (10 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{8}{5} & ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي:}$$

(I) برهن بالتراجع أنه في حالة  $\alpha = 2$  تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.

(II) في كل مايلي نضع:  $\alpha = 5$ .

(1) احسب الحدود  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$ .

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > 2$ .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = u_n - 2$ .

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{5}\right)^n$ .

ج) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ، ثم استنتج أنه من أجل عدد طبيعي

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{23}{4} + 2n - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n \quad \text{فإن } n$$

### التمرين الثاني: (10 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

وليكن  $(\mathcal{C}_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(I) 1) عين الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل  $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

(2) احسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة التعريف، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب عمودي (d)

للمنحني  $(\mathcal{C}_f)$ .

(3) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحني  $(\mathcal{C}_f)$  ، ثم أدرس وضعية  $(\mathcal{C}_f)$

بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

(II) 1 بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$  :  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

2 شكل جدول تغرات الدالة  $f$ .

3 عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(\mathcal{C}_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = 0$ .

(III) 1 بين أن النقطة  $A(-1; -2)$  هي مركز تناظر المنحني  $(\mathcal{C}_f)$ .

2 أرسم المنحني  $(\mathcal{C}_f)$  والمستقيمات  $(d)$  ،  $(\Delta)$  و  $(T)$ .

3 بواسطة قراءة بيانية حدد، حسب قيم العدد الحقيقي  $m$ ، عدد حلول معادلة:  $f(x) = m$ .

أستاذ المادة: فراجية