على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط) السؤال 2 و السؤال 3 غير معني به التقني

يحتوي كيس U_1 على أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 0، 6 وثلاث كرات سوداء تحمل الأرقام: 1، 6، 6 وكرتين بيضاوين تحملان الرقمين 1، 6 (كل الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا وعلى التوالي دون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : ظهور لونين فقط في الكرات الثلاثة المسحوبة

B : الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة الألوان مثنى مثنى.

C : الكرات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم.

D : مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة فردي.

E : الحصول على كرة تحمل الرقم 6 على الأقل.

F : الحصول على كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 6.

2) أ- احسب $P(B \cap C)$ ب- هل الحادثتان B و C مستقلتان؟

3) احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى علما أنها تحمل نفس الرقم.

4) نضع الكرات السوداء والحمراء في كيس U_2 .

نعتبر اللعبة التالية: للمشاركة يدفع لاعب t دج (حيث t عدد طبيعي)، ويقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2 بحيث يربح اللاعب 25 دج على كل كرة سوداء مسحوبة، ويخسر اللاعب 10 دج على كل كرة حمراء مسحوبة.

– نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية سحب الربح أو الخسارة المناسب لها.

أ- عين قيم X . ب- احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

ج- عين قيم t حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثاني: (04 نقاط) ________________ لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح، عينه مع التعليل

1) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 3e^{\alpha n}$ (α عدد حقيقي غير معدوم)

قيم α التي تجعل المتتالية (v_n) متقاربة هي:

أ- $\alpha \in]-1;1[$ ب- $\alpha \in]-\infty;0[$ ج- $\alpha \in]0;+\infty[$

2) x عدد حقيقي، تكون الأعداد $2x$ ، ex، $-2x+6$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية حسابية من أجل:

أ- $x = \frac{e}{3}$ ب- $x = 3$ ج- $x = \frac{3}{e}$

3) التكامل: $\int_0^n \frac{\ln(2x+1)}{2x+1}dx$ يساوي:

أ- $\frac{1}{4}(\ln(2n+1))^2$ ب- $\frac{1}{2}\ln(2n+1)^2$ ج- $\frac{1}{2}(\ln(2n+1))^2$

4) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = (x-1)^2\ln(x-1) - \frac{3}{2}x^2$ ، منحنى الدالة f يقبل:

أ- نقطة انعطاف واحدة ب- نقطتي انعطاف ج- لا يقبل نقطة انعطاف

التمرين الثالث: (5 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = -\frac{3}{2} \\ u_{n+1} = -2 + \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$

1) أحسب u_1 ، u_2 ثم خمن اتجاه تغير وطبيعة المتتالية (u_n)

2) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $-2 \le u_n \le -1$

3) بين من أجل $n \in \mathbb{N}$ أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 3u_n - 2}{\sqrt{u_n+2} + u_n + 2}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

II) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = 3\ln(u_n + 2)$.

1) أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول V_0 .

ب- اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ، ثم عين نهاية (V_n) .

ج- بين أن: $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} - 2$ ، ثم عين نهاية (u_n)

2) احسب المجموعين: $S_n = V_n + \cdots + V_{n+2}$ و $S'_n = V_0 + 2V_1 + \cdots + 2^n V_n$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{(2x-1)e^x - 2x + 2}{e^x - 1}$

1) أ- بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$

ب- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$

ج- احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر هندسيا النتيجة

2) أ- بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتاهما على الترتيب:

$(\Delta) : y = 2x - 1$ و $(\Delta') : y = 2x - 2$

ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ')

4) أحسب $f(-x) + f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5) أنشئ كلاً من (Δ) و (Δ') و (C_f) (يعطى $f(\ln 2) = \ln 4$ و $f(-\ln 2) = -\ln 4 - 3$)

6) ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = 2x + \ln(m)$

7) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$ أحسب بـ cm^2 S_λ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = 2x - 1$ والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = \lambda$ و $x = 1$

(لاحظ أن $\frac{1}{e^x - 1} = -1 + \frac{e^x}{e^x - 1}$)

8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = |f(x)|$

أ- اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ب- أنشئ (C_h) في نفس المعلم.