

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

## التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(01) لتكن في  $]-\infty; 0]$  المعادلة  $\log(x^2 + 1) = 1 + \log x$ ، المعادلة تقبل حل وحيد هو  $x = 1$

(02) لتكن في المتراجحة  $e^{-x} - 2e^x < 1$ ، حلول هذه المتراجحة هو  $x = 1$

(03) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالشكل  $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x+1}$ ، القيمة المتوسطة  $m$  للدالة  $f$  على المجال  $[0; 2]$  هي:  $m = 4 - \ln \sqrt{3}$

(04)  $(V_n)$  متتالية هندسية متقاربة حيث  $V_0 = 8$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_0 + V_1 + \dots + V_n) = 12$  أساس المتتالية  $(V_n)$  هو  $q = \frac{1}{3}$

## التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ; 2 ; 3 و ثلاث كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ; 2 ; 3 و كرتين

حمرتين تحملان الرقمين 2 و 3 ( الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائيا من الكيس كرتين على

التوالي دون إرجاع، نرمز بـ  $\alpha$  لرقم الكرة المسحوبة أولا و  $\beta$  لرقم الكرة المسحوبة ثانيا. نعتبر الحادثتين  $A$  و  $B$  حيث: $A$ : الحصول على كرتين من نفس اللون .  $B$ : الحصول على كرتين تحملان رقما فرديا

1. أثبت أن:  $P(A) = \frac{5}{18}$  ثم أحسب  $P(B)$

ب- أحسب  $P(A \cap B)$ ، ثم استنتج احتمال الحادثة:

" الحصول على كرتين من نفس اللون أو تحملان رقمين فرديين".

2. ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق النتيجة بالعدد " $\alpha - \beta$ "أ- عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عين قانون احتماله، أحسب أمله الرياضياتي.

## التمرين الثالث: (05 نقاط):

المتتالية العددية  $(U_n)$  معرفة بـ:  $U_1 = 5$  من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{1 + U_n}$

1. أ-تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $U_{n+1} = 5 - \frac{9}{U_n + 1}$

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $U_n > 2$

2. حدد اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

3. المتتالية  $(V_n)$  معرفة على  $*$  ب:  $V_n = \frac{3}{2-U_n}$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n: V_{n+1} = \frac{U_n + 1}{2 - U_n}$  ثم بين أن المتتالية  $(V_n)$  حسابية أساسها -1

ب- أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$

4. نضع:  $S = (V_1 - V_2) + (V_3 - V_4) + \dots + (V_{4043} - V_{4044})$  أحسب  $S$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $1.14 < \alpha < 1.15$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$

$(C_f)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (حيث

$$\|\vec{i}\| = 2cm \text{ و } \|\vec{j}\| = 2cm$$

1- أ- أحسب كلا من:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f'(x) = g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ج- بين أن  $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

2- أ- أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقاربا  $(\Delta)$  معادلته  $y = 2x - 1$  بجوار  $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

ج- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  يطلب تحديد معادلة له.

د- أحسب كلا من:  $f(0)$  و  $f(2)$ ، ثم أنشئ  $(\Delta)$ ،  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

3- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $0 = e^{-x+2} - (x-1) - 2m - 1$  حلين متمايزين.

III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$

1- استعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الأصلية  $H$  للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  و التي تتعدم عند 0.

2- ليكن  $\lambda$  عددا حقيقيا حيث:  $\lambda > 1$ ،  $A(\lambda)$  هي مساحة الحيز من المستوى المحددة بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$

و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = \lambda$  و  $x = 1$

- أحسب المساحة  $A(\lambda)$  بدلالة  $\lambda$ ، ثم أحسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير:

(01) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $y' - (\ln 2)y - \ln 8 = 0$  الذي يحقق  $y(0) = 1$  هو:

(أ)  $y = 2^{x-1} + 3$       (ب)  $y = 2^{x+2} - 3$       (ج)  $y = 4e^x + 1$

(02)  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = 3^{x-1}$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  و دالتها المشتقة  $f'$  هي:

(أ)  $f'(x) = 3^{x-1} \ln 3$       (ب)  $f'(x) = 3 \times \ln(x-1)$       (ج)  $f'(x) = 3^{x-2} \times 3$

(03) التكامل  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{x+e^x}}{e^{e^x} - 1} dx$  يساوي: (أ)  $\ln 2$       (ب)  $\ln(e-1)$       (ج)  $\ln(e+1)$

(04) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \ln(e^{-x} + e^{20})^{101} + \frac{2e^x}{e^x - 1}$  المنحنى البياني  $(C_f)$  يقبل

مستقيم مقارب أفقي ذو المعادلة :

(أ)  $y = 1443$       (ب)  $y = 1962$       (ج)  $y = 2022$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس  $U_1$  على كرتين تحملان الرقم 1 و أربع كريات تحمل الرقم 2، و كيس  $U_2$  يحتوي على 7 كريات منها 3 حمراء و الباقي صفراء (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائياً كرية من الكيس  $U_1$  و نسجل رقمها، إذا كان الرقم 1 نقوم بسحب كرية واحدة من  $U_2$  و إذا كان الرقم 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس  $U_2$ .

1. مثل الوضعية بشجرة احتمالات مناسبة.

2. لتكن الحوادث التالية:  $A$ : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1.  $B$ : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 2.

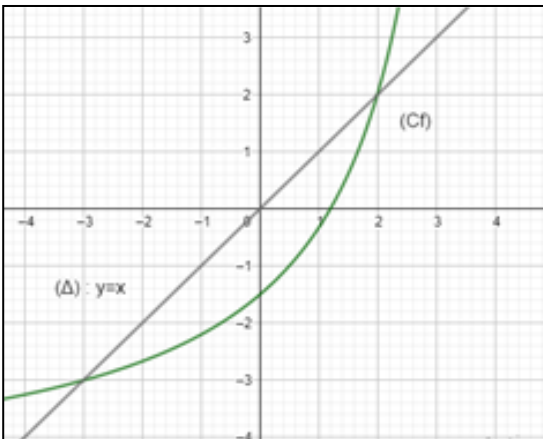
$C$ : الحصول بالضبط على كرية حمراء،  $D$ : الحصول على كرتين حمراوين.

3. أحسب  $P(A)$ ،  $P(B)$  و بين أن:  $P(C) = \frac{11}{21}$ ،  $P(D) = \frac{2}{21}$  ثم أحسب  $P_C(A)$ .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،  $f$  دالة معرفة على المجال  $[-3; 2]$  بـ:

$$f(x) = \frac{5x-6}{4-x} \quad (C_f) \text{ وليكن } (C_f) \text{ تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل}$$



1. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أثبت أنه من أجل كل  $x \in [-3; 2]$  فإن:  $f(x) \in [-3; 2]$

(II)  $\alpha$  عدد حقيقي،  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $U_0 = \alpha$

$$U_{n+1} = f(U_n) : n \in \mathbb{N}$$

- عين قيم العدد  $\alpha$  حتى تكون  $(U_n)$  ثابتة. نضع  $U_0 = 0$

1. انقل الشكل المقابل على ورقتك ثم مثل على محور الفواصل كل من الحدود  $U_0; U_1; U_2; U_3$  مبرزاً خطوط الرسم ( لا يطلب حساب الحدود).

2. ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  و تقاربها.

3. برهن بالتراجع من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  :  $-3 < U_n < 2$

4. ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

$$(III) \quad (V_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ: } V_n - 1 = \frac{5}{U_n - 2}$$

1. أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب عبارة  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  ، أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$  .

3. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{5}{U_0 - 2} + \frac{5}{U_1 - 2} + \frac{5}{U_2 - 2} + \dots + \frac{5}{U_{n-1} - 2}$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها.

2- بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $1.31 < \alpha < 1.32$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول 2cm)

1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و فسر النتيجة هندسياً.

2- برهن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(D)$  يطلب تعيين معادلته.

3- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(D)$  .

4- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  فإن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

5- أثبت أن  $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$  ثم استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$  .

6- أ- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  يوازي المستقيم  $(D)$  في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب- اكتب معادلة ديكرتية للمماس  $(T)$  .

7- أنشئ  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

- نسمي  $A(\alpha)$  مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(D)$  و المستقيمين  $x = e$  و

$$A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 \text{ cm}^2 \quad \text{بين أن:} \quad x = \alpha$$

انتهى الموضوع الثاني